

Vol. 12, Núm. 2 (2020)

aci

avances
en ciencias e
ingenierías



Vol. 12, Núm. 2 (2020)

aci

avances
en ciencias e
ingenierías

USFQ PRESS

Universidad San Francisco de Quito USFQ
Campus Cumbayá USFQ, Quito 170901, Ecuador

USFQ PRESS es el departamento editorial de la Universidad San Francisco de Quito USFQ. Fomentamos la misión de la universidad al divulgar el conocimiento para formar, educar, investigar y servir a la comunidad dentro de la filosofía de las Artes Liberales.

ACI Avances en Ciencias e Ingenierías

Vol. 12, Núm. 2, 2020

Autores en esta edición:

Antonio Di Teodoro¹, Joel Maldonado Aguas¹, Darío Cruz², Ángel Benitez², Daniel Capa³, Ruby Ojeda³, Diego Maza⁴, Pedro Andrés Peñafiel Arcos⁵, Karem Yael Cazares Carrión⁵, Alexandra Maribel Quilligana Vega⁵, Astrid Carolina Pasquel Montenegro⁵

¹ Universidad San Francisco de Quito, Cumbayá, Ecuador

² Museo de Colecciones Biológicas, Departamento de Ciencias Biológicas, Grupos de Investigación MS2E y BIETROP; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador.

³ Departamento de Ciencias Biológicas, Grupo de Investigación BIETROP; Carrera de Ingeniería Agropecuaria; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador.

⁴ Departamento de Química y Ciencias Exactas, Grupo de Investigación GIMA; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador

⁵ Departamento de Ciencias de la Vida, Universidad Estatal Amazónica, Puyo, Ecuador.

Esta obra es publicada luego de un proceso de revisión por pares (*peer-reviewed*) que contó con la participación de dos revisores académicos anónimos para cada artículo.

Editora en jefe: Eva Lantsoght

Editores Asociados:

Daniela Almeida Streitwieser, Politécnico, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Diana Alexandra Pazmiño, COCIBA, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Diego F. Cisneros-Heredia, COCIBA, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Elisa Bonaccorso, COCIBA, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Esteban Suarez, COCIBA, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Juan Manuel Guayasamin, COCIBA, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Lionel Trojman, Institut supérieur d'électronique de Paris, Francia

Melissa Infusino, Politécnico, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Oihane Fernandez Blanco, Politécnico, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

René Parra Narváez, Politécnico, Universidad San Francisco de Quito, Ecuador

Consejo Editorial:

Andrea Arias, DuPont Pioneer, Johnston, IA, Estados Unidos

Carlos Ventura, The University of British Columbia, Vancouver, BC, Canadá

César Costa, Escuela Politécnica Nacional, Quito, Ecuador, Ecuador

César Iván Álvarez-Mendoza, Universidad Politécnica Salesiana, Quito, Ecuador

Johannio Marulanda Casas, Universidad del Valle, Cali, Colombia

John Blake, University of Florida, Gainesville, FL, Estados Unidos

Luis Rincón, Universidad de Los Andes, Mérida, República Bolivariana de Venezuela

Nikolay Aguirre, Universidad Nacional de Loja, Loja, Ecuador

Oswaldo Morales Nápoles, Delft University of Technology, Países Bajos

Robert Cazar, Escuela Superior Politécnica de Chimborazo, Ecuador

Ruth Mariela Alvarez, Universidad de Carabobo, República Bolivariana de Venezuela

Salvador Godoy, Instituto Politécnico Nacional, México, México D.F.

Santiago Ron, Pontificia Universidad Católica del Ecuador, Ecuador

Yenisei Plasencia-Calaña, Maastricht University, The Netherlands

International Scientific Committee

Paula Rojas, Universidad Adolfo Ibáñez, Santiago, Chile

Janio Jardán, Universidad Tecnológica Indoamérica, Quito, Ecuador

Nora Oleas, Universidad Tecnológica Indoamérica, Quito, Ecuador

Gabriela Guevara, Universidad Técnica de Berlín, Germany

Patricia Conde Cespedes, ISEP - école d'ingénieurs du numérique, France

Tiziano Perea, Universidad Autónoma Metropolitana, México

Howard Ramirez-Malule, Universidad del Valle, Colombia

Patrick Venail, Universidad de Ingeniería & Tecnología, Perú

Victor Murray, Universidad de Ingeniería & Tecnología, Perú

Julio Valdivia-Silva, Universidad de Ingeniería & Tecnología, Perú

Luca Sorriso-Valvo, Consiglio Nazionale delle Ricerche, Rome, Italy

Producción editorial: Eva Lantsoght

Corrección de Estilo: Whitney Rodríguez

Diseño: Krushenka Bayas

Webmaster: Jaime Páez

2da edición, mayo 2021

ISSN(e): 2528-7796

DOI: <http://dx.doi.org/10.18272/aci.v12i2>



Esta publicación se realiza bajo los términos de una licencia Creative Commons «Atribución-NoComercial- 4.0 Internacional».

Para atribución, los autores originales, título, fuente (USFQ Press) y el DOI o URL de la publicación deben ser citados.

Información de catalogación en la fuente disponible en la Biblioteca de la Universidad San Francisco de Quito USFQ.

El uso de nombres descriptivos generales, nombres comerciales, marcas registradas, etc. en esta publicación no implica, incluso en ausencia de una declaración específica, que estos nombres están exentos de las leyes y reglamentos de protección pertinentes y, por tanto, libres para su uso general.

La información presentada en este libro es de entera responsabilidad de sus autores. USFQ PRESS presume que la información es verdadera y exacta a la fecha de publicación. Ni la Editorial, ni los autores dan una garantía, expresa o implícita, con respecto a los materiales contenidos en este documento ni de los errores u omisiones que se hayan podido realizar.

Contenido

Sección A: Ciencias Exactas y Físicas

Cálculo fraccionario para ecuaciones diferenciales 2

Fractional calculus for differential equations

Antonio Di Teodoro, Joel Maldonado Aguas

Sección B: Ciencias Biológicas y Ambientales

Producción y valor proteico de *Pleurotus ostreatus* en la región sur de Ecuador 26

Production and protein value of *Pleurotus ostreatus* in the southern region of Ecuador

Darío Cruz, Daniel Capa, Diego Maza, Ruby Ojeda, Ángel Benitez

Propuesta de un sistema de gestión integral de residuos sólidos domésticos en la comunidad Cofán A I Dureno de la Amazonía ecuatoriana 36

Proposal for a comprehensive domestic solid waste management system in the Cofán A I Dureno community in the Ecuadorian Amazon

Pedro Andrés Peñafiel Arcos, Karem Yael Cazares Carrión, Alexandra Maribel Quilligana Vega, Astrid Carolina Pasquel Montenegro

Proceso editorial 52

Cálculo fraccionario para ecuaciones diferenciales

Antonio Di Teodoro^{1*}, Joel Maldonado Aguas¹

¹ Universidad San Francisco de Quito, Cumbayá, Ecuador

*Autor para Correspondencia/Corresponding author, email: nditeodoro@usfq.edu.ec

Fractional calculus for differential equations

Resumen

En el presente trabajo se estudian dos metodologías distintas para la resolución de ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias. La primera metodología consiste en usar la transformada de Laplace. Para esto, se propone una solución de tipo producto de funciones la cual nos permite reducir el problema a la resolución de dos ecuaciones diferenciales ordinarias fraccionarias y mediante el uso de la transformada de Laplace se obtiene una solución para las ecuaciones diferenciales obtenidas a partir del producto de funciones. Por otro lado, en la segunda metodología se asume que nuestras funciones admiten derivadas sumables y se realiza integración directa sobre la ecuación diferencial parcial fraccionaria. Posteriormente se toma la transformada de Laplace del resultado obtenido y se llega a una ecuación de tipo Volterra de segundo orden. Finalmente, dada la convergencia de las integrales y funciones se simplifica la solución y se toma la transformada inversa del resultado previamente obtenido. Para finalizar el trabajo, se realiza una discusión sobre las limitaciones y libertades de ambos métodos.

Palabras clave: Derivada Fraccionaria de Riemann-Liouville, Transformada de Laplace, Ecuaciones Diferenciales Fraccionarias, Ecuaciones Integrales, Derivada sumable, Ecuación integral de Volterra.

Abstract

The present work presents two methodologies to find solutions to fractional partial differential equations. The first methodology is an approach using the Laplace transform. In order to do that, a solution as a product of functions is proposed in order to separate the fractional partial differential equation in two fractional ordinary differential equations. Then the solutions of the fractional ordinary differential equations using the Laplace transform are found. In the second methodology, we suppose that our functions admits a fractional summable derivative in order to integrate them. Then, using the Laplace transform, a Volterra integral equation of second order is found. Using the convergence of the integral and functions the solution is simplified in order to take the inverse Laplace transform of it. Finally, a discussion about the freedoms and restrictions of two methods is made.

Keywords: Fractional differential equation, Riemann-Liouville fractional derivative, Riemann-Liouville fractional integral, Laplace Transform, Integral Equation, Summable Derivative, Volterra Integral equation.

INTRODUCCIÓN

El modelado matemático consiste en traducir problemas relevantes de la industria y del día a día a problemas matemáticos mediante procedimientos teóricos o numéricos [1]. En particular, el modelado de fenómenos físicos y químicos muchas veces nos lleva al planteamiento de ecuaciones diferenciales que pueden ser descritos mediante una función de una o más variables [2]. La idea del modelado es poder predecir y analizar el comportamiento del sistema; sin embargo, el modelado no describe en su plenitud el fenómeno que deseamos estudiar y una mejor descripción del fenómeno involucra un incremento en la complejidad del modelo [3]. Por ejemplo, consideremos un sistema masa resorte en el vacío, también conocido como oscilador armónico simple. A pesar de que el oscilador armónico nos ayuda a describir una gran variedad de sistemas, en el modelado con el oscilador armónico no se consideran una gran cantidad de parámetros que pueden afectar a la descripción del mismo, como lo es la fricción y otros. Si consideramos la fricción dentro de nuestro sistema masa resorte, obtenemos un movimiento armónico amortiguado cuya solución es más compleja y, de esta forma, conforme vamos considerando elementos de nuestros sistemas que pueden o no tener impacto en el mismo, nuestro modelo se va complicando y es más difícil de obtener una ecuación que lo describa.

En los últimos años, la implementación de derivadas de orden no entero, es decir derivadas de la forma $D_{a+}^{\alpha} f(x) = \frac{d^{\alpha} f(x)}{dx^{\alpha}}$ tal que $\alpha \in \mathbb{Q}$, ha tenido un gran impacto en la descripción de sistemas relacionados con interacciones de largo alcance y sistemas con memoria descrita por una potencia [4]. En particular, el cálculo fraccionario ha descrito con gran exactitud fenómenos relacionados al amortiguamiento [5]. Como consecuencia, el cálculo fraccionario nos ha permitido investigar la elasticidad en materiales desde una nueva perspectiva. Para esto se utilizan modelos fraccionarios no locales de materiales elásticos, en los cuales el kernel $(x-t)^{\alpha}$ de las integrales fraccionarias describen un nuevo comportamiento mecánico del material [6]. En el caso de sistemas visco-elásticos, como las arterias, la potencia del kernel de la derivada fraccionaria permite pasar de sistemas completamente elásticos a sistemas viscosos [7]. Para ilustrar esta última idea, notemos que las arterias suelen ser modeladas mediante el uso de Dashpots, los cuales son obtenidos a partir de la ley de Hook y son descritos por la siguiente ecuación:

$$\sigma(t) = \eta \frac{d\epsilon(t)}{dt}$$

donde σ es el impulso aplicado, η es la viscosidad y ϵ es la presión. Los Dashpots describen un comportamiento completamente viscoso, por lo cual no se obtiene una descripción adecuada de las arterias ya que estos vasos sanguíneos se comportan como resortes. Como propuesta ante esta dificultad se introducen los Spring-pot, los cuales se definen como

$$\sigma(t) = \eta D^{\alpha} \epsilon(t)$$

donde D_{a+}^{α} es la derivada fraccionaria de orden α , tal que $n \in \mathbb{Q}$. Este elemento interpola un resorte ($\alpha = 0$) y un Dashpot ($\alpha = 1$) [7], permitiéndonos de esta forma, describir el comportamiento de las arterias de una forma elegante y sencilla.



La versión fraccionaria del operador de Laplace también ha tenido una gran aplicación en distintas áreas como mecánica y electrostática, inclusive en el marco de la probabilidad, donde actúa como generador de procesos de Levi estable [8]. En el área económica, las derivadas de orden no entero se han usado en procesos económicos dinámicos, en el cual el orden fraccionario de la derivada modela la memoria del sistema, parámetro que suele ser olvidado en la mayoría de los modelos [9].

Las derivadas fraccionarias cuentan con propiedades inusuales, como la violación de la regla de Leibniz (ley del producto) y de la regla de la cadena (derivada de la composición de dos funciones) [9]. Si bien es cierto que estas propiedades nos ayudan a describir características complejas de sistemas dinámicos, dichas propiedades llegan a presentar más dificultad en la resolución de ecuaciones diferenciales fraccionarias, por lo cual se han utilizado diferentes enfoques para intentar hallar una solución analítica de ecuaciones diferenciales fraccionarias como por ejemplo: la aplicación directa de la transformada de Laplace, el uso de operadores y el método de análisis con homotopía [10].

En este trabajo, se presentan dos métodos de resolución de ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias. En el primer método, se estudia la transformada de Laplace de la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville. Posteriormente, proponiendo una solución de tipo producto de funciones, se separa la ecuación diferencial parcial fraccionaria en dos ecuaciones diferenciales ordinarias fraccionarias [11, 12] las cuales son resueltas mediante el uso de la transformada de Laplace [13], de tal forma que la solución de la ecuación diferencial parcial fraccionaria original pueda ser expresada como producto de las soluciones de las dos ecuaciones diferenciales ordinarias fraccionarias. En la segunda metodología, se asume que nuestra ecuación admite derivadas sumables, lo cual nos permite integrar en ambos lados de la ecuación diferencial parcial fraccionaria y, utilizando las relaciones entre la derivada e integral fraccionaria de Riemann-Liouville, se llega a una ecuación Laplace transformable [14]. Tomando la transformada de Laplace del resultado previamente obtenido y reorganizando los términos se llega a una ecuación de Volterra de segunda especie, que garantiza una única solución [15].

HISTORIA DEL CÁLCULO FRACCIONARIO EN \mathbb{R}

El origen del cálculo fraccionario data de 1695, año en el que el marqués de L'Hôpital mediante una carta, preguntó a Leibniz cual sería el resultado de $\frac{d^n f(x)}{dx^n}$ con $f(x) = x$ y $n = \frac{1}{2}$. A lo que Leibniz respondió que "esto conduciría aparentemente a una paradoja de la cual algún día serán extraídas consecuencias muy útiles". Con estas palabras nació el cálculo fraccionario [16]. A partir de ese momento, muchos matemáticos contribuyeron al desarrollo del cálculo de orden no entero. En 1730, Euler desarrolló trabajos sobre la interpolación entre derivadas de orden entero. En 1812, Laplace definió la derivada fraccionaria en base a integrales. Posteriormente en 1819, el matemático francés Lacroix discutió por primera vez la derivada fraccionaria en un libro de cálculo [17]. A partir de

$$f(x) = x$$

Lacroix determinó que la n -ésima derivada de $f(x) = x^m$ estaría dada por

$$\frac{d^n x^m}{dx^n} = \frac{m!}{(m-n)!} x^{m-n}, \quad m \geq n. \quad (1)$$

Con la cual, para $n = \frac{1}{2}$ y $m = 1$ se obtiene el siguiente resultado

$$\frac{d^{1/2} x}{dx^{1/2}} = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}}.$$

De forma similar, si tomamos, $n = \frac{1}{2}$ y $f(x) = \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}}$ se obtiene

$$\frac{d^{1/2}}{dx^{1/2}} \frac{2\sqrt{x}}{\sqrt{\pi}} = 1$$

de lo cual se concluye que

$$\frac{d^{1/2}}{dx^{1/2}} \frac{d^{1/2} x}{dx^{1/2}} = \frac{dx}{dx} = 1.$$

En 1822, Fourier fue el siguiente en dar una definición de derivada de orden arbitrario. Sin embargo, no se le dio utilidad a esta definición de derivada fraccionaria. El primer uso de derivadas de orden fraccionario fue dado en 1823 por Abel [17, 18], en el cual aplicó cálculo fraccionario para solucionar la ecuación integral que surge de la formulación del problema de la tautócrona. Posteriormente, en 1832 Liouville publicó tres memorias sobre el tema [19] junto con algunos trabajos de investigación. En dichos trabajos, Liouville definió a las derivadas fraccionarias con el uso de series infinitas; no obstante, las derivadas definidas mediante series infinitas estaban limitadas al intervalo de convergencia de la serie. Finalmente, mediante el uso de integrales, Liouville llegó a construir una mejor definición de derivada fraccionaria, que incluso le permitió tomar potencias negativas [17, 19].

En 1869 Sonin trabajó inicialmente en la definición de Riemann-Liouville, en un escrito llamado "En la diferenciación con índice arbitrario", empezando con la fórmula integral de Cauchy. Letnikov escribió cuatro escritos referentes al tema los cuales tituló "Una explicación de los principales conceptos de la teoría de diferenciación de índices arbitrarios" donde dio una extensión de los escritos de Sonin. Sin embargo, no fue sino hasta 1884, que el matemático francés Laurent publicó sus escritos de la teoría de generalización de operadores partiendo del análisis complejo, dando así las bases para el cálculo fraccionario [20], y referencias en el mismo.

PRELIMINARES

En esta sección se introducirán los objetos necesarios y se desarrollará una notación para el desarrollo del trabajo.

Existen funciones que juegan un papel importante en el desarrollo y entendimiento del cálculo fraccionario, a saber, la función Gamma y la de Mittagge-Leffler, las cuales juegan un papel importante al momento de buscar soluciones explícitas de ecuaciones



diferenciales parciales fraccionarias. Por ende, en las siguientes subsecciones se definirán y mencionarán algunas propiedades relevantes de estas funciones.

Función Gamma

La función Gamma aparece en problemas relacionados con la normalización de funciones de onda de Coulomb o en el cálculo de probabilidades en mecánica estadística [2] y juega un rol importante en el cálculo fraccionario. La función Gamma está definida como

$$\Gamma(z) = \int_0^{\infty} e^{-t} t^{z-1} dt, \quad z \in \mathbb{C}, \quad \text{Re}(z) > 0,$$

donde $\text{Re}(z)$ denota la parte real de un número complejo $z = a + bi$, es decir $\text{Re}(z) = a$. La restricción $\text{Re}(z) > 0$ es una condición necesaria para garantizar la convergencia de la integral. La función Gamma puede ser interpretada como la generalización de un factorial, ya que ésta permite calcular factoriales de números no enteros debido a que cumple la siguiente relación:

$$\Gamma(z) = (z - 1)!,$$

por lo cual $\Gamma(z)$ también satisface la siguiente ecuación funcional [21]:

$$\Gamma(z + 1) = z\Gamma(z).$$

Dada la relación que guarda la función Gamma con los factoriales, se puede generalizar la ecuación (1) obtenida por Lacroix de la siguiente manera

$$\frac{d^m x^m}{dx^n} = \frac{\Gamma(m - 1)}{\Gamma(m - n - 1)!} x^{m-n}, \quad m \geq n.$$

Para más detalles sobre la función Gamma se recomienda ver [2].

Función de Mittagge-Leffler

Una de las funciones más importantes en este trabajo es la función de Mittagge-Leffler, ya que a pesar de no ser mencionada en las tablas de la transformada de Laplace, la función de Mittagge-Leffler surge en el cálculo de la transformada inversa de Laplace de funciones de tipo $s^\alpha (a + bs^\beta)$, donde s es el parámetro de la transformada de Laplace y a, b son constantes reales [22]. Por otro lado, la función de Mittagge-Leffler también aparece en la solución de algunos problemas de valores de frontera que involucran ecuaciones integrodiferenciales de tipo Volterra con parámetro fraccionario [22, 23]. Está definida sobre todo el plano complejo como

$$E_{\alpha,\beta}(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{z^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \quad \alpha, \beta, z \in \mathbb{C}, \quad \text{Re}(\alpha) > 0, \quad \text{Re}(\beta) > 0. \quad (2)$$

En base a la ecuación (2) se puede expresar una gran variedad de funciones, por ejemplo:

$$E_{0,1}(z) = \frac{1}{z-1}, \quad |z| < 1, \quad E_{1,1}(z) = e^z, \quad E_{2,1}(z) = \cosh(\sqrt{z}),$$

$$E_{2,1}(-z^2) = \cos(z), \quad E_{2,2}(z) = \frac{\sinh(\sqrt{z})}{\sqrt{z}}, \quad E_{\alpha,\beta}(0) = 1.$$

La función de Mittag-Leffler suele ser vista como una generalización de la función exponencial, por lo cual muchas de las soluciones de ecuaciones diferenciales fraccionarias son expresadas en términos de la función de Mittag-Leffler, al igual que las soluciones de ecuaciones diferenciales ordinarias son expresadas en función de senos y cosenos [17].

Cálculo fraccionario en \mathbb{R}

A lo largo de la historia han existido varias definiciones para la derivada fraccionaria como lo son la derivada de Riemann-Liouville, Hadamard, Erdélyi-Kober, Caputo, Caputo-Fabrizio, Marchaud, por mencionar algunas [23, 24]. Sin embargo, para este trabajo únicamente nos vamos a enfocar en la definición de Riemann-Liouville, motivados por las aplicaciones en diversas áreas como nano electrónica, física y biología [25-33].

Definición 1 (Integral Fraccionaria Izquierda de Riemann-Liouville). Sea $\phi(x) \in L_1(a, b)$, entonces la integral fraccionaria izquierda de Riemann-Liouville $(I_{a^+}^\alpha \phi)(x)$, de orden $\alpha > 0$ está definida como

$$(I_{a^+}^\alpha \phi)(x) = \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x \frac{\phi(t)}{(x-t)^{1-\alpha}} dt, \quad x > a. \tag{3}$$

La cual suele ser denotada como $(D_{a^+}^{-\alpha} \phi)(x)$.

Definición 2 (Derivada Fraccionaria Izquierda de Riemann-Liouville). Sea $f : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$, entonces la derivada fraccionaria izquierda de Riemann-Liouville $(D_{a^+}^\alpha f)(x)$ de orden $\alpha > 0$ está definida como

$$(D_{a^+}^\alpha f)(x) = \left(\frac{d}{dx}\right)^n \frac{1}{\Gamma(n-\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^{\alpha-n+1}} dt, \quad x > a,$$

donde $n = [\alpha] + 1$ y $[\alpha]$ es la parte entera de α .

Por lo cual, tomando en cuenta la integral fraccionaria de Riemann-Liouville se tiene que las derivadas fraccionarias derecha e izquierda de Riemann-Liouville pueden ser reescritas como $D_b^- \alpha = \frac{d}{dx} I_b^{1-\alpha}$ y $D_{a^+}^\alpha = \frac{d}{dx} I_{a^+}^{1-\alpha}$ respectivamente. Notemos que, cuando $0 < \alpha < 1$, entonces la derivada fraccionaria izquierda de Riemann-Liouville esta dada por la siguiente identidad:

$$(D_{a^+}^\alpha f)(x) = \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt, \quad x > a. \tag{4}$$



De tal forma que cuando $\alpha \rightarrow 1$, la derivada fraccionaria $D_{a^+}^\alpha f(x)$ se aproxima a la derivada clásica $\frac{d}{dx} f(x)$ en $x = a$. En este trabajo analizaremos ecuaciones diferenciales con derivadas fraccionarias cuyo límite cuando $\alpha \rightarrow 1$, son derivadas clásicas de orden dos. Por lo cual, sin pérdida de generalidad utilizaremos la ecuación (4) para todos los cálculos posteriores. Para ilustrar cómo funciona la derivada fraccionaria izquierda de Riemann-Liouville vamos a considerar el siguiente ejemplo:

Ejemplo 1. Evaluemos $D_{a^+}^\alpha (x - a)^\beta$, donde $\beta > -1$ y $\alpha > 0$.

Considerando la derivada fraccionaria izquierda de Riemann-Liouville enunciada en la Definición 2, en particular considerando la ecuación (4) se tiene:

$$D_{a^+}^\alpha (x - a)^\beta = \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_a^x \frac{(t - a)^\beta}{(x - t)^\alpha} dt.$$

Mediante el cambio de variable $z = t - a$, tenemos que $dz = dt$, por lo que

$$\begin{aligned} D_{a^+}^\alpha (x - a)^\beta &= \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_0^{x-a} z^\beta (x - a - z)^{-\alpha} dz \\ &= \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_0^{x-a} z^\beta (x - a)^{-\alpha} \left(1 - \frac{z}{x - a}\right)^{-\alpha} dz. \end{aligned}$$

Realizando otro cambio de variable $y = \frac{z}{x-a}$, tenemos que $(x - a)dy = dz$, por lo tanto

$$\begin{aligned} D_{a^+}^\alpha (x - a)^\beta &= \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1 - \alpha)} \int_0^1 (x - a)^{\beta - \alpha + 1} y^\beta (1 - y)^{-\alpha} dy \\ &= \frac{d}{dx} \frac{(x - a)^{\beta - \alpha + 1}}{\Gamma(1 - \alpha)} B(\beta + 1, 1 - \alpha) \\ &= \frac{\Gamma(\beta + 1)(\beta - \alpha - 1)}{\Gamma(\beta - \alpha + 2)} (x - a)^{\beta - \alpha} \\ &= \frac{\Gamma(\beta + 1)}{\Gamma(\beta - \alpha + 1)} (x - a)^{\beta - \alpha}. \end{aligned}$$

Finalmente, concluimos que

$$D_{a^+}^\alpha (x - a)^\beta = \frac{\Gamma(\beta + 1)}{\Gamma(\beta - \alpha + 1)} (x - a)^{\beta - \alpha}. \tag{5}$$

Notemos que, si en la ecuación (5) tomamos $\beta = 0$, entonces $(x - a)^\beta = (x - a)^0 = 1$, yas la derivada fraccionaria de una constante k de orden α es

$$D_{a^+}^\alpha k = \frac{k}{\Gamma(1 - \alpha)} (x - a)^{-\alpha}.$$

Como se puede observar, tanto la definición de derivada como la definición integral fraccionaria incluyen integrales. Estas integrales pueden llegar a diverger, por lo que es importante considerar el espacio de funciones sobre el cual deseamos trabajar. En este artículo vamos a denotar como $I_{a^+}^\alpha(L_1)$ a la clase de funciones f representadas por la ecuación (3) de función integrable, es decir $f = I_{a^+}^\alpha \phi$ tal que $\phi \in L_1(a, b)$.

Teorema 1. Sea $\alpha > 0$. Entonces $f \in I_{a^+}^\alpha(L_1)$, si y solo si $I_{a^+}^{n-\alpha} f \in AC^n([a, b])$, $n = [\alpha] + 1$ y $(I_{a^+}^{n-\alpha} f)^k(a) = 0$, $k = 0, n - 1$. Ver la prueba en [23].

Observación 1. $AC^n[a, b]$ denota la clase de funciones f , tal que f es $n - 1$ veces diferenciable en $[a, b]$ y $f^{(n-1)}$ es absolutamente continua en $[a, b]$.

Cabe mencionar que las funciones pertenecientes a $I_{a^+}^\alpha(L_1)$ enfatizan que la representación de una función f mediante una integral fraccionaria de orden α y la existencia de la derivada fraccionaria de orden α de f son dos cosas distintas [23]. Por otro lado, la teoría de Lebesgue nos permite integrar por partes sólo si las funciones son absolutamente continuas. Debido a esto, es natural encontrar que la suposición de integrabilidad y existencia en casi todo lado de las derivadas fraccionarias $(D_{a^+}^\alpha f)(x)$ no es suficiente para nuestro estudio, ya que la integrabilidad y existencia en casi todo lado de las derivadas fraccionarias no garantiza la representación de f mediante integrales fraccionarias. Por estas razones, para estudiar la reciprocidad entre la derivada y la integral fraccionaria es necesario imponer una condición más fuerte sobre f , con lo que se da paso a la siguiente definición:

Definición 3. Sea $\alpha > 0$. Una función $f \in L_1(a, b)$ tiene una derivada integrable $D_{a^+}^\alpha f$ si $I_{a^+}^{n-\alpha} f(x) \in AC^n([a, b])$, $n = [\alpha] + 1$.

De tal forma que la relación entre la derivada y la integral fraccionaria se enuncia en el siguiente teorema:

Teorema 2. Sea $\alpha > 0$. Entonces la ecuación

$$(D_{a^+}^\alpha I_{a^+}^\alpha \phi)(x) = \phi(x)$$

se mantiene para cualquier función integrable $\phi(x)$. Sin embargo,

$$(I_{a^+}^\alpha D_{a^+}^\alpha f)(x) \tag{6}$$

sólo se satisface si

$$f(x) \in I_{a^+}^\alpha(L_1).$$

Si asumimos que $f \in L_1(a, b)$ tiene una derivada integrable $(D_{a^+}^\alpha f)(x)$ respecto a la definición 3, entonces la identidad (6) no se cumple; de hecho, es remplazada por el siguiente resultado:

$$(I_{a^+}^\alpha D_{a^+}^\alpha f)(x) = f(x) + \sum_{k=0}^{n-1} \frac{(x-a)^{\alpha-k-1}}{\Gamma(\alpha-k)} (I_{a^+}^{n-\alpha} f)^{(n-k-1)}(a),$$

con $n = [\alpha] + 1$. Ver la prueba en [23].

Proposición 1. (Propiedad de semi-grupo de la derivada fraccionaria). Sea $\alpha > 0$ y $\beta > 0$ tal que $n - 1 < \alpha \leq n$ y $m - 1 < \beta \leq m$ y $\alpha + \beta \leq 1$ y sea $f \in L_1(a, b)$ y $I^{m-\alpha} \in AC^m([a, b])$. Entonces, se cumple la siguiente relación:



$$\left(D_{a^+}^\alpha D_{a^+}^\beta f\right)(x) = \left(D_{a^+}^{\alpha+\beta} f\right)(x) - \sum_{j=1}^m \left(D_{a^+}^{\beta-j}\right)(a^+) \frac{(x-a)^{-j-\alpha}}{\Gamma(1-j-\alpha)}.$$

Ver prueba en [23, 34].

En particular la propiedad del semigrupo es $D_{a^+}^\alpha D_{a^+}^\beta = D_{a^+}^\beta D_{a^+}^\alpha$ siempre y cuando

$$f^j(a^+) = 0, \quad j = 0, 1, \dots, n - 1,$$

$$f \in AC^{n-1}([a, b]), f^n \in L_1(a, b) \text{ y } n = [\beta] + 1$$

Existe la definición de la derivada aproximándose a la derecha, ver [23]. No obstante, nosotros sólo nos enfocaremos en la izquierda.

Transformada de Laplace

La idea principal de la transformada de Laplace es convertir una ecuación que involucra derivadas e integrales en una expresión algebraica [35]. Esto permite resolver ecuaciones diferenciales de una forma más sencilla, en especial si se cuenta con condiciones iniciales [17].

Para ilustrar la relación que guarda la transformada de Laplace con funciones importantes del cálculo fraccionario, como son la función Gamma y la función de Mittag-Leffler, consideremos las siguientes proposiciones:

Proposición 2. Sea $t > 0$, $t_0 = 0$ y $\alpha \geq -1$. Entonces la transformada de Laplace de $f(t) = t^\alpha$ existe, y está dada por la siguiente ecuación:

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}.$$

Demostración. Sea $t > 0$, $t_0 = 0$ y $\alpha \geq -1$ entonces la transformada de Laplace de $f(t) = t^\alpha$ está definida de la siguiente forma

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \int_0^\infty t^\alpha e^{-st} dt, \tag{7}$$

utilizando el cambio de variable $t = \frac{y}{s}$, tenemos $dt = \frac{dy}{s}$, por lo cual (7) se reescribe de la siguiente forma

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \int_0^\infty \frac{y^\alpha}{s^{\alpha+1}} e^{-y} dy.$$

Sacando $\frac{1}{s^{\alpha+1}}$ de la integral y dado que $\alpha \geq -1$, se obtiene una función Gamma, con $z = \alpha + 1$ de tal forma que

$$\mathcal{L}\{t^\alpha\} = \frac{\Gamma(\alpha + 1)}{s^{\alpha+1}}. \quad \blacksquare$$

Proposición 3. Sea $t > 0$, $t_0 = 0$ y $s^\alpha > a$ $a \in \mathbb{R}$, entonces la transformada de Laplace de $f(t) = t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)$ existe, y esta dada por la siguiente ecuación

$$\mathcal{L}\{t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)\} = \frac{s^{\alpha-\beta}}{s^\alpha - a}. \tag{8}$$

Demostración. Sea $t > 0$, $t_0 = 0$ y $s^\alpha > a$ $a \in \mathbb{R}$, entonces la transformada de Laplace de $f(t) = t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)$ está definida de la siguiente forma

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)\} &= \int_0^\infty e^{-st}t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha) dt \\ &= \int_0^\infty e^{-st}t^{\beta-1} \sum_{n=0}^\infty \frac{(at^\alpha)^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} dt \\ &= \frac{a^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \int_0^\infty \sum_{n=0}^\infty t^{\alpha n + \beta - 1} e^{-st} dt. \end{aligned}$$

Dada la convergencia de la integral y de la serie podemos intercambiar estas [21]:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)\} &= \sum_{n=0}^\infty \frac{a^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \int_0^\infty t^{\alpha n + \beta - 1} e^{-st} dt \\ &= \sum_{n=0}^\infty \frac{a^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \mathcal{L}\{t^{\alpha n + \beta - 1}\} \\ &= \sum_{n=0}^\infty \frac{a^n}{\Gamma(n\alpha + \beta)} \frac{\Gamma(\alpha n + \beta)}{s^{\alpha n + \beta}} \\ &= \frac{1}{s^\beta} \sum_{n=0}^\infty \left(\frac{a}{s^\alpha}\right)^n \end{aligned} \tag{9}$$

Por último, dado que $s^\alpha > a$, la serie en la ecuación (9) converge, por lo cual

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{t^{\beta-1}E_{\alpha,\beta}(at^\alpha)\} &= \frac{1}{s^\beta} \frac{1}{\left(-\frac{a}{s^\alpha}\right)} \\ &= \frac{1}{s^{\beta-\alpha} (s^\alpha + a)} \\ &= \frac{s^{\alpha-\beta}}{(s^\alpha + a)}. \end{aligned}$$

Transformada de Laplace de la Derivada Fraccionaria

A partir de esta subsección vamos a denotar a las funciones evaluadas en 0, es decir $f(0)$, como $f(t)|_{t=0}$. Esto permite involucrar condiciones iniciales al problema. Sin embargo, las condiciones iniciales no son discutidas en este artículo.



Proposición 4. Sea f una función Laplace transformable. Entonces la transformada de Laplace de la derivada fraccionaria de orden α de Riemann-Liouville centrada en $a^+ = 0$ está dada por

$$\mathcal{L}\{D_{0^+}^\alpha f(t)\} = s^\alpha \mathcal{L}\{f(t)\} - D_{0^+}^{-(1-\alpha)} f(t)|_{t=0}. \quad (10)$$

Demostración. consideremos la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville

$$(D_{a^+}^\alpha f)(x) = \frac{d}{dx} \frac{1}{\Gamma(1-\alpha)} \int_a^x \frac{f(t)}{(x-t)^\alpha} dt,$$

la cual puede ser reescrita como

$$D_{0^+}^\alpha f(t) = \frac{1}{\Gamma(-\alpha+1)} G'(t),$$

donde $G(t) = \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau$. Tomando la transformada de Laplace de (11) obtenemos

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{D_{0^+}^\alpha f(t)\} &= \frac{1}{\Gamma(-\alpha+1)} \mathcal{L}\{G'(t)\} \\ &= \frac{1}{\Gamma(-\alpha+1)} (s\mathcal{L}\{G(t)\} - G(t)|_{t=0}) \\ &= \frac{s}{\Gamma(-\alpha+1)} \mathcal{L}\left\{\int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau\right\} - \frac{G(t)|_{t=0}}{\Gamma(-\alpha+1)} \\ &= \frac{s}{\Gamma(-\alpha+1)} \mathcal{L}\{t^{-\alpha} * f(t)\} - \frac{G(t)|_{t=0}}{\Gamma(-\alpha+1)} \\ &= \frac{s}{\Gamma(-\alpha+1)} \mathcal{L}\{t^{-\alpha}\} \mathcal{L}\{f(t)\} - \frac{G(t)|_{t=0}}{\Gamma(-\alpha+1)} \\ &= \frac{s}{\Gamma(-\alpha+1)} \frac{\Gamma(-\alpha+1)}{s^{1-\alpha}} \mathcal{L}\{f(t)\} - \frac{G(t)|_{t=0}}{\Gamma(-\alpha+1)} \\ &= s^\alpha \mathcal{L}\{f(t)\} - \left(\frac{1}{\Gamma(-\alpha+1)} \int_0^t (t-\tau)^{-\alpha} f(\tau) d\tau\right) |_{t=0} \end{aligned}$$

Cambiando α por $-\alpha+1$ y usando la ecuación (3) obtenemos que

$$\mathcal{L}\{D_{0^+}^\alpha f(t)\} = s^\alpha \mathcal{L}\{f(t)\} - D_{0^+}^{-(1-\alpha)} f(t)|_{t=0}. \quad \blacksquare$$

Proposición 5. Sea $\eta(x)$ una función Laplace transformable. Entonces la transformada de Laplace de la derivada fraccionaria de orden 2α de Riemann-Liouville centrada en $a^+ = 0$ es

$$\mathcal{L}\{D_{0^+}^{2\alpha} \eta(t)\} = s^{2\alpha} \mathcal{L}\{\eta(t)\} - s^\alpha D_{0^+}^{-(1-\alpha)} \eta(t)|_{t=0} - D_{0^+}^{-(1-2\alpha)} \eta(t)|_{t=0}.$$

Demostración. Sea $\eta(x)$ una función Laplace transformable. Entonces por la Proposición 4 se obtiene

$$\mathcal{L}\{D_{0+}^{2\alpha}\eta(t)\} = s^\alpha \mathcal{L}\{D_{0+}^\alpha \eta(t)\} - D_{0+}^{-(1-\alpha)} D_{0+}^\alpha \eta(t)|_{t=0}.$$

Simplificando,

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{D_{0+}^{2\alpha}\eta(t)\} &= s^\alpha (s^\alpha \mathcal{L}\{\eta(t)\} - D_{0+}^{-(1-\alpha)} \eta(t)|_{t=0}) - D_{0+}^{-(1-2\alpha)} \eta(t)|_{t=0} \\ &= s^{2\alpha} \mathcal{L}\{\eta(t)\} - s^\alpha D_{0+}^{-(1-\alpha)} \eta(t)|_{t=0} - D_{0+}^{-(1-2\alpha)} \eta(t)|_{t=0}. \end{aligned}$$

Procediendo de igual forma que en la demostración de la Proposición 4 y utilizando las propiedades de convolución, se pueden mostrar las siguientes relaciones:

- * $\mathcal{L} \left\{ I_{t_0+}^\beta u(x, t) \right\} = s^{-\beta} \mathcal{U}(x, s),$
- * $\mathcal{L} \left\{ \frac{(x - x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} I_{t_0+}^\beta f_i(t) \right\} = \frac{(x - x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} s^{-\beta} F_i(s),$
- * $\mathcal{L} \left\{ I_{x_0+}^\alpha I_{t_0+}^\beta u(x, t) \right\} = \frac{s^{-\beta}}{\Gamma(\alpha)} \int_{x_0}^x \mathcal{U}(y, s) (x - y)^{\alpha-1} dy,$
- * $\mathcal{L} \left\{ \frac{(t - t_0)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} I_{x_0+}^\alpha g_o(x) \right\} = e^{-t_0 s} s^{-\beta} I_{x_0+}^\alpha g_o(x).$

Donde $F_i(s) = \mathcal{L}\{f_i(t)\}$.

Espacio de Zemanian

Se conoce al espacio de Zemanian como el espacio en el cual viven las transformadas de Laplace. Por lo cual, para obtener la transformada inversa de Laplace se necesita tomar en cuenta su forma generalizada en dicho espacio. Por lo que tenemos las siguientes relaciones presentadas en el trabajo de Ferreira y Vieira [14]

$$\begin{aligned} \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{\sigma - ir}^{\sigma + ir} s^{n(1+\beta)} e^{st} F_i(s) ds &= \left(D_{t_0+}^{n(1+\beta)} f_i \right) (t), \\ \lim_{r \rightarrow \infty} \int_{\sigma - ir}^{\sigma + ir} s^{n(1+\beta)} e^{s(t-t_0)} ds &= \left(D_{t_0+}^{n(1+\beta)} \delta \right) (t - t_0), \end{aligned}$$

donde $i = 0, 1, \dots, n \quad n \in \mathbb{N}_0, \delta$ es la función delta de Dirac, y su convergencia es en \mathcal{D}'

Ecuaciones integrales

Las ecuaciones integrales son aquellas que relacionan una función incógnita con una integral, de tal manera que la función incógnita se encuentre bajo el signo integral. Análogamente a las ecuaciones diferenciales, las ecuaciones integrales pueden ser de orden lineal y no lineal. En el caso de ecuaciones integrales lineales podemos encontrar las de tipo Fredholm y las de tipo Volterra [15].

1. Ecuaciones de tipo Fredholm: Son aquellas ecuaciones integrales con límites de integración fijos. Éstas pueden ser clasificadas en dos grupos:



- Primera especie: La función incógnita sólo está bajo el signo integral:

$$f(x) = \int_0^1 K(x, y)\phi(y)dy, \quad 0 \leq x, \quad y \leq 1,$$

donde $\phi(x)$ es la función incógnita, $K(x, y)$, $f(x)$ son funciones conocidas y $K(x, y)$ es continua en el cuadrado $0 \leq x, y \leq 1$ [36].

- Segunda especie: La función incógnita se encuentra bajo el signo integral y fuera de él.

$$f(x) = \phi(x) - \lambda \int_0^1 K(x, y)\phi(y)dy, \quad 0 \leq x, \quad y \leq 1, \quad \lambda \in \mathbb{C}.$$

Si $f(x) = 0$, se conoce como ecuación homogénea, mientras que si $f(x) \neq 0$ se conoce como ecuación completa o no homogénea.

2. Ecuaciones de tipo Volterra: Son un caso particular de las ecuaciones de tipo Fredholm en el cual se satisface que $K(x, y) > 0$ si $y > x$. Por lo cual, de la misma forma que con las ecuaciones de tipo Fredholm, podemos clasificar las ecuaciones de tipo Volterra en dos grupos

- Primera especie: La función incógnita sólo está bajo el signo integral.

$$f(x) = \int_0^x K(x, y)\phi(y)dy, \quad 0 \leq x, \quad y \leq 1.$$

- Segunda especie: La función incógnita aparece tanto bajo el signo integral como fuera de él.

$$f(x) = \phi(x) - \lambda \int_0^x K(x, y)\phi(y)dy, \quad 0 \leq x, \quad y \leq 1, \quad \lambda \in \mathbb{C}.$$

Observación 2. A la función $K(x, y)$ se le conoce como el Kernel o núcleo de la ecuación.

A pesar de la complejidad de las ecuaciones integrales, el método de descomposición de Adomian [15, 37] es efectivo al momento de buscar una solución de ecuaciones integrales. Dicho método consiste en descomponer la función incógnita en una serie infinita de la siguiente forma:

$$\phi(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \phi_i(x),$$

donde $\phi_0(x) = f(x)$ y $\phi_i(x)$ son determinados a partir de la siguiente fórmula recursiva

$$\phi_i(x) = \lambda \int_0^x K(x, y)\phi_{i-1}(y)dy.$$

Utilizando el método de Adomian se puede encontrar una solución para ecuaciones integrales de Volterra de segundo tipo. En particular, dado un kernel $K(x, t) = (x - t)^{\alpha-1}$ se puede enunciar el siguiente teorema.

Teorema 3. [15] Sea $f \in L_1([a, b])$, $\alpha > 0$ y $\lambda \in \mathbb{C}$. Entonces la ecuación integral

$$u(x) = f(x) + \frac{\lambda}{\Gamma(\alpha)} \int_a^x (x-t)^{\alpha-1} u(t) dt, \quad x \in [a, b].$$

Tiene una única solución dada por

$$u(x) = f(x) + \lambda \int_a^x (x-t)^{\alpha-1} E_{\alpha,\alpha}(\lambda(x-t)^\alpha) f(t) dt.$$

CÁLCULO FRACCIONARIO PARA ECUACIONES DIFERENCIALES

En este trabajo se estudian dos métodos distintos para encontrar soluciones explícitas de ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias, las cuales fueron propuestas por grupos de trabajo interdisciplinario. Para esto, se considera el siguiente conjunto de tres ecuaciones diferenciales parciales, que son parte central de los resultados obtenidos por dichos grupos

$$D_{x_0^+}^\alpha u(x, t) + Cu(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t), \text{ ecuación tipo evolución,} \quad (13)$$

$$D_{x_0^+}^{2\alpha} u(x, t) + Cu(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t), \text{ ecuación tipo onda,} \quad (14)$$

$$D_{x_0^+}^{2\alpha} u(x, t) + D_{x_0^+}^\alpha u(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t), \text{ ecuación tipo mixta,} \quad (15)$$

de tal manera que cuando $\alpha \rightarrow 1$ y $\beta \rightarrow 1$, las ecuaciones (13), (14), (15) se comportan de forma clásica como se muestra a continuación:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} u(x, t) + Cu(x, t) &= \frac{d}{dt} u(x, t), \quad C \in \mathbb{R}, \\ \frac{d^2}{dx^2} u(x, t) + Cu(x, t) &= \frac{d}{dt} u(x, t), \quad C \in \mathbb{R}, \\ \frac{d^2}{dx^2} u(x, t) + C \frac{d}{dx} u(x, t) &= \frac{d}{dt} u(x, t), \quad C \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Solución por producto de funciones

La metodología usada en esta sección consiste en reducir una ecuación diferencial parcial fraccionaria a dos ecuaciones diferenciales ordinarias fraccionarias que puedan ser resueltas mediante la transformada de Laplace, de tal forma que la solución del problema inicial sea el producto de éstas. Para esto, vamos a considerar la derivada de Riemann-Liouville de orden 2α centrada en $a^+ = 0$, esto es, $(D_{0^+}^{2\alpha})$. La construcción de las soluciones por esta metodología puede ser resumidas en los siguientes pasos:



Paso 1: Proponer una solución de tipo producto de funciones $u(x, t) = u(x)u(t)$ tal que $u(x), u(t) \in C[0, b]$, y separar la parte espacial de la temporal.

Paso 2: Resolver las ecuaciones diferenciales fraccionarias homogéneas mediante la transformada de Laplace.

Paso 3: Expresar la solución del problema original como un producto de funciones.

Para ilustrar dicho método, consideremos la siguiente ecuación diferencial parcial fraccionaria:

$$D_{0+}^{2\alpha}u(x, t) + Cu(x, t) = D_{0+}^{\beta}u(x, t), \tag{16}$$

Comencemos con el paso 1. Consideremos $u(x, t) = u(x)u(t)$ tal que $u(x), u(t) \in C[0, b]$, $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$, $(x, t) \in \Omega = [0, b] \times [0, b]$ y $b < \infty$. Reemplazando $u(x, t)$ en la ecuación (16) y realizando algunos cálculos directos se tiene que

$$\frac{1}{u(x)} [D_{0+}^{2\alpha}u(x) + Cu(x)] = \frac{1}{u(t)} [D_{0+}^{\beta}u(t)] \tag{17}$$

Para que los dos lados de la ecuación (17) sean iguales, estos deben ser igual a una constante, por lo cual se tiene que

$$D_{0+}^{2\alpha}u(x) + (C - \lambda)u(x) = 0, \tag{18}$$

$$D_{0+}^{\beta}u(t) - \lambda u(t) = 0. \tag{19}$$

Continuando con el paso 2, buscamos soluciones para las ecuaciones (18) y (19) con $\lambda \in \mathbb{R}$. Estas soluciones pueden ser obtenidas mediante las siguientes proposiciones

Proposición 6. Sea $u : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, y $0 < \alpha < 1$, entonces la ecuación diferencial fraccionaria ordinaria

$$D_{0+}^{\alpha}u(x) + Pu(x) = \lambda, \quad P \in \mathbb{R}, \tag{20}$$

tiene como solución

$$u(x) = \lambda x^{\alpha} E_{\alpha, \alpha+1}(-Px^{\alpha}) + D_{0+}^{-(1-\alpha)}u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(-Px^{\alpha}). \tag{21}$$

Demostración. Sea $u : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, y $0 < \alpha < 1$, por lo cual tomando la transformada de Laplace de (20) se tiene

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{D_{0+}^{\alpha}u(x)\} + P\mathcal{L}\{u(x)\} &= \frac{\lambda}{s}, \\ \implies s^{\alpha}\mathcal{L}\{u(x)\} - D_{0+}^{-(1-\alpha)}u(x)|_{x=0} + P\mathcal{L}\{u(x)\} &= \frac{\lambda}{s}. \end{aligned} \tag{22}$$

Ordenando la ecuación (22) y mediante algunos cálculos directos se tiene la siguiente solución

$$\mathcal{L}\{u(x)\} = \frac{\lambda}{s(s^{\alpha} + P)} + \frac{D_{0+}^{-(1-\alpha)}u(x)|_{x=0}}{(s^{\alpha} + P)}. \tag{23}$$

Finalmente, con ayuda de la ecuación (8) con $\beta = \alpha + 1$, $\beta = \alpha$ para el primer y segundo término, se toma la transformada inversa de Laplace de la ecuación (23). Así obtenemos

$$u(x) = \lambda x^\alpha E_{\alpha, \alpha+1}(-Px^\alpha) + D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha}(-Px^\alpha). \quad \blacksquare$$

Proposición 7. Sea $u : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$, $\lambda \in \mathbb{R}$, y $0 < \alpha < 1$, entonces la ecuación diferencial fraccionaria ordinaria

$$AD_{0+}^{2\alpha} u(x) + Bu(x) = \lambda, \quad A, B \in \mathbb{R} \setminus \{0\}, \quad (24)$$

tiene como solución

$$u(x) = \frac{\lambda}{A} x^{2\alpha} E_{2\alpha, 2\alpha+1} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right) + D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{2\alpha-1} E_{2\alpha, 2\alpha} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right) + D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{2\alpha, \alpha} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right). \quad (25)$$

Demostración. Sea $u : [0, b] \rightarrow \mathbb{R}$ y $0 < \alpha < 1$. Entonces la ecuación (24) puede ser reescrita como

$$D_{0+}^{2\alpha} u(x) + \omega^2 u(x) = c, \quad (26)$$

donde $\omega^2 = \frac{B}{A}$ y $c = \frac{\lambda}{A}$. Tomando la transformada de Laplace de (26):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{D_{0+}^{2\alpha} u(x)\} + \omega^2 \mathcal{L}\{u(x)\} &= \mathcal{L}\{c\}, \\ \implies s^{2\alpha} \mathcal{L}\{u(x)\} - s^\alpha D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} - D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0} + \omega^2 \mathcal{L}\{u(x)\} &= \frac{c}{s}. \end{aligned}$$

La cual puede ser escrita de forma reducida como

$$s^{2\alpha} \mathcal{L}\{u(x)\} - s^\alpha \tilde{A}_1 - \tilde{A}_2 + \omega^2 \mathcal{L}\{u(x)\} = \frac{c}{s}, \quad (27)$$

donde $\tilde{A}_1 = D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0}$ y $\tilde{A}_2 = D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0}$. Ordenando la ecuación (27) y mediante algunos cálculos directos se obtiene que

$$\mathcal{L}\{u(x)\} = \frac{c}{(s^{2\alpha} + \omega^2)} + \frac{\tilde{A}_2}{(s^{2\alpha} + \omega^2)} + \frac{\tilde{A}_1 s^\alpha}{(s^{2\alpha} + \omega^2)}. \quad (28)$$

Finalmente, con ayuda de la ecuación (8) con $\beta = 2\alpha + 1$, $\beta = 2\alpha$, $\beta = \alpha$ para el primer, segundo y tercer término respectivamente, se toma la transformada de Laplace del lado derecho de la ecuación (28). Así obtenemos

$$u(x) = cx^{2\alpha} E_{2\alpha, 2\alpha+1}(-\omega^2 x^{2\alpha}) + \tilde{A}_2 x^{2\alpha-1} E_{2\alpha, 2\alpha}(-\omega^2 x^{2\alpha}) + \tilde{A}_1 x^{\alpha-1} E_{2\alpha, \alpha}(-\omega^2 x^{2\alpha}).$$

O equivalentemente:



$$u(x) = \frac{\lambda}{A} x^{2\alpha} E_{2\alpha, 2\alpha+1} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right) + D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{2\alpha-1} E_{2\alpha, 2\alpha} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right) + D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{2\alpha, \alpha} \left(-\frac{B}{A} x^{2\alpha} \right).$$

Para concluir con el paso 3, usando las Proposiciones 6 con $\lambda = 0$ y $P = \lambda$ y 7 con $A = 1$, $B = (C - \lambda)$ y $\lambda = 0$ obtenemos que la solución de la ecuación diferencial parcial fraccionaria (16) está dada por

$$u(x, t) = \left(D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{2\alpha-1} E_{2\alpha, 2\alpha} (-(C - \lambda)x^{2\alpha}) + D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{2\alpha, \alpha} (-(C - \lambda)x^{2\alpha}) \right) \times \left(D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(t)|_{t=0} t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} (-\lambda t^\alpha) \right).$$

De tal forma que se puede enunciar el siguiente teorema:

Teorema 4. Sea $u(x, t) = u(x)u(t)$ tal que $u(x), u(t) \in C[0, b], (\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1], (x, t) \in \Omega = [0, b] \times [0, b], b < \infty$, entonces la ecuación diferencial parcial fraccionaria

$$D_{0+}^{2\alpha} u(x, t) + C u(x, t) = D_{0+}^\beta u(x, t),$$

tiene como solución

$$u(x, t) = \left(D_{0+}^{-(1-2\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{2\alpha-1} E_{2\alpha, 2\alpha} (-(C - \lambda)x^{2\alpha}) + D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{2\alpha, \alpha} (-(C - \lambda)x^{2\alpha}) \right) \times \left(D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(t)|_{t=0} t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} (-\lambda t^\alpha) \right),$$

donde $C \in \mathbb{R}, (\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1], (x, t) \in \Omega = [0, b] \times [0, b], b < \infty$.

De manera análoga, usando apropiadamente las Proposiciones 6 y 7, se demuestra el siguiente teorema:

Teorema 5. Sea $u(x, t) = u(x)u(t)$ tal que $u(x), u(t) \in C[0, b], (\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1], (x, t) \in \Omega = [0, b] \times [0, b], b < \infty$, entonces la ecuación diferencial parcial fraccionaria

$$D_{0+}^\alpha u(x, t) + C u(x, t) = D_{0+}^\beta u(x, t),$$

tiene como solución

$$u(x, t) = \left(D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(x)|_{x=0} x^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} (-(C - \lambda)x^\alpha) \right) \times \left(D_{0+}^{-(1-\alpha)} u(t)|_{t=0} t^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} (-\lambda t^\alpha) \right),$$

donde $C \in \mathbb{R}, (\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1], (x, t) \in \Omega = [0, b] \times [0, b], b < \infty$.

Solución por integración directa

La metodología usada en esta sección consiste en integrar directamente la ecuación diferencial parcial fraccionaria, de tal forma que, tomando en cuenta la relación entre la integral y la derivada fraccionaria, se encuentra una ecuación cuyos términos son Laplace transformables. Para esto, vamos a considerar $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$ $(x, t) \in \Omega = [x_0, X_0] \times [t_0, T_0]$, $x_0, t_0 > 0$, $X_0, T_0 < \infty$, tal que $u(x, t)$ admite derivadas fraccionarias integrables. La construcción de las soluciones por esta metodología puede ser resumida en los siguientes pasos:

Paso 1: Se integra directamente y se toma en cuenta la relación entre la integral y la derivada fraccionaria (Teorema 2).

Paso 2: Se aplica la transformada de Laplace para llegar a una ecuación integral de tipo Volterra de segunda especie.

Paso 3: Se resuelve la ecuación integral y se simplifica.

Paso 4: Se toma la transformada inversa de Laplace.

Para ilustrar dicho método consideremos la siguiente ecuación diferencial parcial fraccionaria:

$$D_{x_0^+}^{\alpha+1}u(x, t) + Cu(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t). \tag{29}$$

Comencemos con el paso 1. Consideremos la ecuación (29), donde $C \in \mathbb{R}$, $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$, $(x, t) \in \Omega = [x_0, X_0] \times [t_0, T_0]$, $x_0, t_0 > 0$, $X_0, T_0 < \infty$, y $u(x, t)$ admite derivadas fraccionarias sumables $D_{x_0^+}^{\alpha+1}$ y $D_{t_0^+}^\beta$. Aplicando el operador integral $I_{x_0^+}^{\alpha+1}$ a los dos lados de la ecuación (29) y, tomando en cuenta la relación entre la integral y la derivada fraccionaria enunciada en el Teorema 2, se tiene que

$$u(x, t) - \frac{(x - x_0)^\alpha}{\Gamma(1 + \alpha)} D_{x_0^+}^\alpha u(x_0, t) - \frac{(x - x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t) + CI_{x_0^+}^{\alpha+1} u(x, t) = I_{x_0^+}^{\alpha+1} D_{t_0^+}^\beta u(x, t).$$

De forma similar, aplicando el operador $I_{t_0^+}^\beta$ a los dos lados a la ecuación anterior y utilizando el teorema de Fubini, se toma en cuenta la relación entre la integral y derivada fraccionaria enunciada en el Teorema 2 de tal forma que se obtiene

$$\begin{aligned} I_{t_0^+}^\beta u(x, t) - \frac{(x - x_0)^\alpha}{\Gamma(1 + \alpha)} I_{t_0^+}^\beta D_{x_0^+}^\alpha u(x_0, t) - \frac{(x - x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} I_{t_0^+}^\beta I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t) + CI_{x_0^+}^{\alpha+1} I_{t_0^+}^\beta u(x, t) \\ = I_{x_0^+}^{\alpha+1} \left[u(x, t) - \frac{(t - t_0)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} I_{t_0^+}^{1-\beta} u(x, t_0) \right], \end{aligned}$$

la cual es equivalente a



$$\begin{aligned}
 I_{t_0^+}^\beta u(x, t) &= \frac{(x-x_0)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} I_{t_0^+}^\beta f_1(t) - \frac{(x-x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} I_{t_0^+}^\beta f_0(t) + C I_{x_0^+}^{\alpha+1} I_{t_0^+}^\beta u(x, t) \\
 &= I_{x_0^+}^{\alpha+1} u(x, t) - \frac{(t-t_0)^{\beta-1}}{\Gamma(\beta)} I_{x_0^+}^{\alpha+1} g_0(x),
 \end{aligned} \tag{30}$$

donde $f_0(t) = I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t)$, $f_1(t) = D_{x_0^+}^\alpha u(x_0, t)$ y $g_0(x) = I_{t_0^+}^{1-\beta} u(x, t_0)$, que son las condiciones de Cauchy.

Continuando con el paso 2, se toma la transformada de Laplace respecto a t de la ecuación (30) y utilizando sus propiedades de convolución se obtiene que

$$\begin{aligned}
 s^{-\beta} \mathcal{U}(x, s) &= \frac{(x-x_0)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} s^{-\beta} F_1(s) - \frac{(x-x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} s^{-\beta} F_0(s) + \frac{C s^{-\beta}}{\Gamma(\alpha+1)} \int_{x_0}^x (x-y)^\alpha \mathcal{U}(y, s) dy \\
 &= \frac{1}{\Gamma(\alpha+1)} \int_{x_0}^x (x-y)^\alpha \mathcal{U}(y, s) dy - e^{-t_0 s} s^{-\beta} I_{x_0^+}^{\alpha+1} g_0(x).
 \end{aligned} \tag{31}$$

Multiplicando la ecuación (31) por s^β y reorganizando sus términos obtenemos la siguiente ecuación de tipo Volterra:

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}(x, s) &= \frac{(x-x_0)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} F_1(s) + \frac{(x-x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} F_0(s) - e^{-t_0 s} I_{x_0^+}^{\alpha+1} g_0(x) \\
 &\quad + \frac{(s^{-\beta} - C)}{\Gamma(\alpha+1)} \int_{x_0}^x (x-y)^\alpha \mathcal{U}(y, s) dy,
 \end{aligned} \tag{32}$$

Procediendo con el paso 3, se toma en cuenta que la ecuación (32) en virtud del Teorema 3, tiene como única solución

$$\begin{aligned}
 \mathcal{U}(x, s) &= \frac{(x-x_0)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} F_1(s) + \frac{(x-x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} F_0(s) - e^{-t_0 s} I_{x_0^+}^{\alpha+1} g_0(x) \\
 &\quad + (s^{-\beta} - C) \int_{x_0}^x (x-y)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1}((s^\beta - C)(x-y)^\alpha) \\
 &\quad \left(\frac{(y-x_0)^\alpha}{\Gamma(1+\alpha)} F_1(s) + \frac{(y-x_0)^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)} F_0(s) - e^{-t_0 s} I_{x_0^+}^{\alpha+1} g_0(y) \right) dy.
 \end{aligned} \tag{33}$$

Dada la convergencia de las integrales y las series en la ecuación (33) podemos intercambiar éstas y reescribirla de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \mathcal{U}(x, t) &= (x - x_0)^{\alpha-1} E_{\alpha+1, \alpha} \left((s^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) F_0(s) \\ &+ (x - x_0)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1} \left((s^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) F_1(s) \\ &- e^{t_0 s} \sum_{n=0}^{\infty} (s^\beta - C)^n I_{x_0^+}^{(n+1)(\alpha+1)} g_0(x). \end{aligned}$$

Para concluir con el paso 4, se requiere cancelar la transformada de Laplace, por consiguiente tomamos en cuenta su forma distribucional y con ayuda del teorema multinomial y mediante algunos cálculos directos, podemos dejar la solución expresada en términos de la función de Mittag-Leffler

$$\begin{aligned} u(x, t) &= (x - x_0)^{\alpha-1} E_{\alpha+1, \alpha} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) f_0(s) \\ &+ (x - x_0)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) f_1(s) \\ &- \int_{x_0}^x (x - y)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - y)^\alpha \right) \delta(t - t_0) g_0(y) dy. \end{aligned}$$

Donde $g_0(x) = I_{x_0^+}^{1-\beta} u(x, t_0)$, $f_0(t) = I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t)$, $f_1(t) = D_{\alpha^+}^\alpha u(x_0, t)$ y δ es la función delta de Dirac.

De tal forma que se puede enunciar el siguiente teorema

Teorema 6. Sea $C \in \mathbb{R}$, $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$, $(x, t) \in \Omega = [x_0, X_0] \times [t_0, T_0]$ $x_0, t_0 > 0$, $X_0, T_0 < \infty$, tal que $u(x, t)$ admite derivadas fraccionarias integrables $D_{x_0^+}^{\alpha+1}$ y $D_{t_0^+}^\beta$. Entonces la ecuación diferencial parcial fraccionaria

$$D_{x_0^+}^{\alpha+1} u(x, t) + C u(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t),$$

tiene como solución

$$\begin{aligned} u(x, t) &= (x - x_0)^{\alpha-1} E_{\alpha+1, \alpha} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) f_0(s) \\ &+ (x - x_0)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - x_0)^{\alpha+1} \right) f_1(s) \\ &- \int_{x_0}^x (x - y)^\alpha E_{\alpha+1, \alpha+1} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - y)^\alpha \right) \delta(t - t_0) g_0(y) dy, \end{aligned}$$

donde $g_0(x) = I_{x_0^+}^{1-\beta} u(x, t_0)$, $f_0(t) = I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t)$, $f_1(t) = D_{\alpha^+}^\alpha u(x_0, t)$ y δ es la función delta de Dirac.

Análogamente se puede demostrar el siguiente teorema

Teorema 7. Sea $C \in \mathbb{R}$, $(\alpha, \beta) \in [0, 1] \times [0, 1]$, $(x, t) \in \Omega = [x_0, X_0] \times [t_0, T_0]$, $x_0, t_0 > 0$, $X_0, T_0 < \infty$, tal que $u(x, t)$ admite derivadas fraccionarias integrables $D_{x_0^+}^\alpha$ y $D_{t_0^+}^\beta$. Entonces la ecuación diferencial parcial fraccionaria

$$D_{x_0^+}^\alpha u(x, t) + C u(x, t) = D_{t_0^+}^\beta u(x, t),$$



tiene como solución

$$u(x, t) = (x - x_0)^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - x_0)^\alpha \right) f_0(t) - \int_{x_0}^x (x - y)^{\alpha-1} E_{\alpha, \alpha} \left((D_{t_0^+}^\beta - C)(x - y)^\alpha \right) \delta(t - t_0) g_0(y) dy,$$

donde $g_0(x) = I_{x_0^+}^{1-\beta} u(x, t_0)$, $f_0(t) = I_{x_0^+}^{1-\alpha} u(x_0, t)$ y δ es la función delta de Dirac.

CONCLUSIONES

Si bien el uso de la transformada de Laplace es un gran método para resolver ecuaciones diferenciales, éste puede involucrar cálculos extremadamente difíciles. A pesar de que una gran cantidad de transformadas inversas de Laplace de funciones tipo $s^\alpha(a + bs^\beta)$ pueden ser expresadas mediante la función de Mittag-Leffler, el cálculo de transformadas inversas de Laplace está limitado por el orden de α , ya que al ser éste variable, es difícil encontrar una factorización adecuada mediante fracciones parciales. Dicho esto, se puede observar que proponiendo una solución de tipo producto de funciones podemos llegar a encontrar de una forma más sencilla la solución de una ecuación diferencial parcial fraccionaria de segundo orden, reduciéndola a dos ecuaciones diferenciales ordinarias fraccionarias homogéneas. A pesar de ello, la propiedad de semi-grupo de la derivada fraccionaria de Riemann-Liouville nos dice que para derivadas de orden 2α nuestra solución solo es válida para $\alpha \in (\frac{1}{2}, 1)$.

Por otro lado, se puede observar que la relación entre la integral y derivada fraccionaria puede llevarnos a encontrar ecuaciones de Volterra de segunda especie. Si bien es cierto que la importancia del orden de integración y derivación depende del espacio en donde se trabaje, el uso de funciones L_1 nos permite llegar a ecuaciones de Volterra de segunda especie, asegurando así una única solución. Hay que destacar que la existencia de la ecuación de tipo Volterra depende de que todas las derivadas respecto a la misma variable tengan el mismo orden, es decir no se puede tener derivadas de orden $D_{x_0^+}^{\alpha+1}$ y $D_{x_0^+}^\alpha$ dentro de una misma ecuación diferencial parcial fraccionaria si se desea buscar una solución por el método de integración directa. La ventaja de usar el método de integración directa es que permite extenderlo a múltiples dimensiones de una manera mucho más simple que el método de la solución por producto.

La particularidad de estos métodos es que están limitados a coeficientes constantes por lo cual el siguiente paso a seguir sería trabajar con ecuaciones diferenciales fraccionarias, parciales y ordinarias con coeficientes variables. Para esto, se propone en un futuro definir de una manera conveniente la ley de la cadena y expandir al método de Frobenius al caso fraccionario, ya que muchas de las ecuaciones diferenciales que describen fenómenos físicos son resueltas por estos métodos. En particular, el método de Frobenius nos ayuda a resolver ecuaciones diferenciales cuya solución son funciones especiales, como los polinomios de Hermite o Laguerre [2], de tal forma que extendiendo el método de Frobenius al caso fraccionario podamos calcular funciones especiales de orden no entero.

Finalmente, este trabajo se limitó a buscar soluciones generales a las ecuaciones diferenciales parciales fraccionarias propuestas, por lo que no se profundizó sobre problemas de valores iniciales y problemas de valores de frontera específicos sobre los resultados obtenidos. Sin embargo, las soluciones obtenidas consideran las condiciones iniciales y condiciones de frontera como constantes, de tal forma que los grupos de trabajo interdisciplinario puedan usarlas con mayor libertad.

CONTRIBUCIONES DE LOS AUTORES

Ambos autores contribuyeron en partes iguales en todas las etapas de elaboración del artículo, desde el proceso creativo pasando por los cálculos, redacción, corrección hasta llegar a la edición final.

REFERENCIAS

- [1] Ansorge, R. & Sonar, T. (2009). *Mathematical models of fluid dynamics*. Wiley Online Library.
- [2] Arfken, G. & Weber, H. (1999). *Mathematical methods for physicists*. American Association of Physics Teachers.
- [3] Spiegelhalter, D., Best, N. & Carlin, B. (2002). Bayesian measures of model complexity and fit. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Statistical Methodology)*, 64 (4), 583-639.
- [4] Edelman, M. (2013). Fractional Dynamical Systems. doi:10.1109/ICFDA.2014.6967376. eprint: arXiv:1401.0048
- [5] Sumelka, W., Zaera, R. & Fernández-Sáez, J. (2015). A theoretical analysis of the free axial vibration of non-local rods with fractional continuum mechanics. *Meccanica*, 50 (9), 2309-2323.
- [6] Carpinteri, A., Cornetti, P. & Sapora, A. (2014). Nonlocal elasticity: an approach based on fractional calculus. *Meccanica*, 49 (11), 2551-2569. DOI 10.1007/s11012-014-0044-5
- [7] Craiem, D., Rojo, F., Atienza, J., Guinea, G. & Armentano, R. (2008). Fractional calculus applied to model arterial viscoelasticity. *Latin American applied research*, 38 (2), 141-145.
- [8] Applebaum, D. (2004). Lévy processes from probability to finance and quantum groups. *Notices of the AMS*, 51 (11), 1336-1347.
- [9] Tarasova, V. & Tarasov, V. (2016). Elasticity for economic processes with memory: Fractional differential calculus approach. *Fractional Differential Calculus*, 6 (2), 219-232.
- [10] El-Ajou, A., Odibat, Z., Momani, S. & Alawneh, A. (2010). Construction of Analytical Solutions to Fractional Differential Equations Using Homotopy Analysis Method. *International Journal of Applied Mathematics*, 40 (2).
- [11] Haberman, R. (1983). *Elementary applied partial differential equations*. Prentice Hall Englewood Cliffs, NJ.
- [12] O'Neil, P.V. (2011). *Beginning partial differential equations*. John Wiley & Sons.
- [13] Zill, D. (2012). *A first course in differential equations with modeling applications*. Cengage Learning.
- [14] Ferreira, M. & Vieira, N. (2016). Eigenfunctions and fundamental solutions of the fractional Laplace and Dirac operators: the Riemann-Liouville case. *Complex Analysis and Operator Theory*, 10 (5), 1081-1100.
- [15] Caballero, M. (2019). Una introducción a las ecuaciones integrales lineales. Recuperado desde <https://hdl.handle.net/11441/90001>
- [16] Calderón, M., Rosales, J., Guzmán, R., González, A. & Álvarez, J. (2015). El cálculo diferencial e integral fraccionario y sus aplicaciones. *Acta universitaria*, 25 (2), 20-27.
- [17] Almusharrf, A. (2011). Development of fractional trigonometry and an application of fractional calculus to pharmacokinetic model.
- [18] Abel, N. (1881). Solution de quelques problèmes à l'aide d'intégrales définies. *Oeuvres*, 1, 11-27.
- [19] Liouville, J. (1834). Mémoire sur le théorème des fonctions complémentaires. *Journal für die reine und angewandte Mathematik*, 1834 (11), 1-19.
- [20] Muñoz, J. M. S. (2011). Génesis y desarrollo del Cálculo Fraccional. *Pensamiento Matemático*, (1), 4.
- [21] Rudin, W. (1964). *Principles of mathematical analysis*. McGraw-hill New York.
- [22] Haubold, H., Mathai, A. & Saxena, R. (2011). Mittag-Leffler functions and their applications. *Journal of Applied Mathematics*, 2011.
- [23] Samko, S., Kilbas, A. & Marichev, O. (1993). *Fractional integrals and derivatives*. Gordon y Breach Science Publishers, Yverdon Yverdon-les-Bains, Switzerland.
- [24] Almeida, R. (2017). A Caputo fractional derivative of a function with respect to another function. *Communications in Nonlinear Science and Numerical Simulation*, 44, 460-481.
- [25] Alsaedi, A., Nieto, J. J. & Venkatesh, V. (2015). Fractional electrical circuits. *Advances in Mechanical Engineering*, 7 (12), 1687814015618127.

- [26] Baleanu, D., Golmankhaneh, A. K. & Golmankhaneh, A. K. (2009). The dual action of fractional multi time Hamilton equations. *International Journal of Theoretical Physics*, 48 (9), 2558-2569.
- [27] Baleanu, D., Golmankhaneh, A. K., Golmankhaneh, A. K. & Nigmatullin, R. R. (2010). Newtonian law with memory. *Nonlinear Dynamics*, 60 (1-2), 81-86.
- [28] Baleanu, D., Güven, c, Z. B. & Machado, J. T. (Eds.). (2010). *New trends in nanotechnology and fractional calculus applications*. doi:<https://doi.org/10.1007/978-90-481-3293-5>
- [29] Caputo, M. (2014). The role of memory in modeling social and economic cycles of extreme events. En F. Francesco, M. Ram & M. N. Pietro (Eds.), *A Handbook of Alternative Theories of Public Economics*. doi:<https://doi.org/10.4337/9781781004715>
- [30] Caputo, M. & Cametti, C. (2008). Diffusion with memory in two cases of biological interest. *Journal of theoretical biology*, 254 (3), 697-703.
- [31] Caputo, M., Cametti, C. & Ruggero, V. (2008). Time and spatial concentration profile inside a membrane by means of a memory formalism. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 387 (8-9), 2010-2018.
- [32] Caputo, M. & Fabrizio, M. (2015). Damage and fatigue described by a fractional derivative model. *Journal of Computational Physics*, 293, 400-408.
- [33] Cesarone, F., Caputo, M. & Cametti, C. (2004). Memory formalism in the passive diffusion across a biological membrane. *J. Membrane Sci*, 250, 79-84.
- [34] Podlubny, I. (1998). *Fractional differential equations: an introduction to fractional derivatives, fractional differential equations, to methods of their solution and some of their applications*. Elsevier.
- [35] Schiff, J. (2013). *The Laplace transform: theory and applications*. Springer Science & Business Media.
- [36] Molano Cabrera, S. A. & Lesmes Acosta, M. d. C. (2007). La alternativa de Fredholm.
- [37] Ballén López, J. & León, P. (2017). *Método de descomposición de Adomian* (Tesis de maestría, Universidad EAFIT).

Producción y valor proteico de *Pleurotus ostreatus* en la región sur de Ecuador

Darío Cruz¹, Daniel Capa², Diego Maza³, Ruby Ojeda², Ángel Benitez¹

¹Museo de Colecciones Biológicas, Departamento de Ciencias Biológicas, Grupos de Investigación MS2E y BIETROP; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador.

²Departamento de Ciencias Biológicas, Grupo de Investigación BIETROP; Carrera de Ingeniería Agropecuaria; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador.

³Departamento de Química y Ciencias Exactas, Grupo de Investigación GIMA; Universidad Técnica Particular de Loja, San Cayetano Alto s/n C.P. 11 01 608, Loja, Ecuador.

*Autor para correspondencia / Corresponding author: djcruz@utpl.edu.ec

Production and protein value of *Pleurotus ostreatus* in the southern region of Ecuador

Abstract

Mushrooms feed on organic matter, many of them with high nutritional value and poorly used. Large-scale crops require a strong economic investment to control temperature and humidity variables. The overall aim of this study is to cultivate *Pleurotus ostreatus* by hand without further automated control of temperature and humidity, optimizing the use of agro-industrial residues: rice husk (*Oriza sativa* L.), coffee husk (*Coffea arabica* L.) and sawdust (sawn wood particles), as substrates in the production of this species. Determining production rate (TP), biological efficiency (EB), and the percentage of protein. The results indicate that the combination of substrates, rice husk + coffee husk + sawdust (T1) was better in production rate (80,20%) and biological efficiency (15,23%) over only a sawdust substrate (T2). The percentage of protein 40% (T2) and 35% (T1) were not significantly different. The cultivation of *P. ostreatus* is shown as a sustainable alternative source of protein in the diet of vulnerable populations.

Keywords: sawdust, rice husk, coffee husk, protein.

Resumen

Los hongos se alimentan de materia orgánica, muchos de ellos con alto valor nutricional y pobremente aprovechados. Cultivos a gran escala requieren inversiones económicas fuertes para controlar variables ambientales. Este estudio buscó cultivar *Pleurotus ostreatus* artesanalmente sin mayor control automatizado de temperatura y humedad, optimizando el uso de residuos agroindustriales: cascarilla de arroz (*Oriza sativa* L.), cascarilla de café (*Coffea arabica* L.) y aserrín (partículas de la madera aserrada), como sustratos en la producción de esta especie. Se determinó la tasa de producción (TP), eficiencia biológica (EB), y el porcentaje de proteína. Los resultados indicaron que la combinación de sustratos, cascarilla de arroz + cascarilla de café +



Editado por /
Edited by:
Eva O.L. Lantsoght

Recibido /
Received:
01/06/2020

Aceptado /
Accepted:
07/10/2020

Publicado en línea /
Published online:
09/04/2021

aserrín (T1) fue mejor en tasa de producción (80,20%) y eficiencia biológica (15,23%) sobre un sustrato de aserrín (T2). El porcentaje de proteína 40% (T2) y 35% (T1) no tuvieron diferencia significativa. El cultivo de *P. ostreatus* se muestra como una fuente alternativa sustentable de proteína en la alimentación de poblaciones vulnerables.

Palabras clave: aserrín, cascarilla de arroz, cascarilla de café, proteína.

INTRODUCCIÓN

El basidiomiceto *Pleurotus ostreatus* (Jacq.) P. Kumm; pertenece al orden Agaricales y familia Pleurotaceae, es muy importante en roles ecológicos como la degradación de materia orgánica, principalmente lignina y compuestos hemicelulíticos [1]. *P. ostreatus* es comestible y ha sido colectado y consumido desde la antigüedad [2], de fácil cultivo en diversos residuos derivados de la agroindustria, como desperdicios del aserrado de madera (aserrín) [3, 4]. Varios estudios [5, 6], han testeado la productividad y rendimiento de proteína de esta especie en diversos sustratos, por ejemplo, hojas de plátano y aserrín (38,5% de proteína), paja de trigo (25,6% de proteína), eucalipto (25,4% de proteína), y en álamo (22,9% de proteína). En Ecuador, a nivel de laboratorio se ha evaluado principalmente la eficiencia biológica en bagazo de caña [7, 8], sustratos como el aserrín, bagazo de caña, y afrecho de trigo, han sido evaluados a nivel productivo en una finca en la provincia de Pastaza [9]. Sin embargo, los estudios son limitados en los que se realice una combinación de varios sustratos.

P. ostreatus tiene un alto valor nutricional [10] conteniendo entre 57% y 61% de carbohidratos, 26% de proteína, 11,9% de fibra y 0,9% a 1,8% de grasas con base a su peso seco, también posee vitaminas como la niacina, tiamina (B1), vitamina B12, vitamina C o ácido ascórbico y minerales como potasio, fósforo y calcio [11]. Por estos elementos y compuestos, además de cultivarse libre de compuestos tóxicos como pesticidas, el consumo de esta especie podría ayudar como inmunoregulador y antitumoral, aportando en el mejoramiento de enfermedades relacionadas con neoplasias como el cáncer [12].

La demanda y consumo de macrohongos (setas y hongos) en países Nórdicos como los europeos está culturalmente muy aceptada [13]. En Latinoamérica y especialmente en el Ecuador, el conocimiento y el consumo de macrohongos no es muy popular, sin embargo, varias comunidades indígenas históricamente han venido aprovechando ciertos cuerpos fructíferos como recurso alimenticio [14]. Es así, que el consumo de *P. ostreatus*, una especie introducida para Ecuador, y otros hongos comestibles nativos podrían constituirse en un aporte nutricional proteínico comparable con otros suplementos alimenticios [15, 16], especialmente en poblaciones vulnerables con recursos económicos limitados.

En este sentido, el presente trabajo busca obtener un mejor rendimiento proteico del hongo *P. ostreatus* cultivado sin mayor control de temperatura y humedad en dos



diferentes sustratos, aportando localmente información respecto de los beneficios nutricionales que posee esta especie, y así contribuir con varios puntos detallados en el segundo objetivo de desarrollo sostenible (ODS).

METODOLOGÍA

Diseño y recolección de datos

El estudio se llevó a cabo en la Finca privada “La Dolorosa” ubicada en el sector Bombuscaro, vía Romerillos 4°04'02.0"S 78°56'48.6"W, provincia de Zamora Chinchipe.

Tratamientos

Se realizó la siembra en dos procesos con 30 réplicas en bolsas plásticas de 1lb para cada uno de ellas. El tratamiento 1 (T1) es una combinación de cascarilla de café, cascarilla de arroz y aserrín en relación 1:1:1, y el Tratamiento 2 (T2) con aserrín.

Inóculo, siembra y cosecha

La cepa HUTPL-329 de *Pleurotus ostreatus* fue reactivada en medio PDA (medio agar papa dextrosa) inóculo primario e incubación a 27° C. Posteriormente, semillas de trigo con cáscara (aprox. 400gr por frasco) fueron sumergidas en agua entre 12–14 horas. Luego, se retiró el exceso de agua hasta alcanzar aproximadamente un 65 a 75% de humedad [17, 18].

Los diferentes frascos con semillas de trigo fueron esterilizados por autoclave (121°C por 15 min a 1,5 lb de presión) y fueron inoculados con segmentos de 1mm² (inóculo primario) de *P. ostreatus*, seguido de incubación a 27°C constituyendo así el inóculo secundario. Este último se almacenó hasta alcanzar un llenado completo de micelio, lográndose en unos 10 días promedio. Todo el proceso se lo efectuó en Laboratorio Cultivo y Conservación de Microorganismos de la Universidad Técnica Particular de Loja (UTPL).

Previo a la inoculación del sustrato con el inóculo secundario (un frasco con aprox. 400g de semillas colonizadas con micelio sobre 1lb de sustrato T1 y T2), se esterilizó el sustrato por medio de agua hirviendo por unos 30min. Al igual que el inóculo secundario, el sustrato se preparó con un 65 a 75% de humedad aproximadamente (prueba de la mano = aplastar el sustrato en la mano y que caigan apenas unas gotas de agua) [19], más carbonato de calcio (cal de construcción) en proporción de 1% con respecto del sustrato [20].

Las fundas de los tratamientos fueron almacenadas en un cuarto con sombra y temperatura ambiente, fluctuantes según el clima en la localidad, y verificando el periodo de tiempo hasta cumplir las diferentes etapas de desarrollo; micelio, primordios y basidiomas. Los cuerpos fructíferos se cosecharon al alcanzar una madurez adecuada, en referencia, principalmente a la coloración (blanco-grisáceo) y textura (carnosa e hidratada). Réplicas de las cepas se almacenaron en la Micoteca del Laboratorio Cultivo y Conservación de Microorganismos y basidiomas secos de *Pleurotus ostreatus* se almacenaron en el fungario del Herbario HUTPL.

Análisis de productividad y proteína

La productividad de *P. ostreatus* según los tratamientos se determinó por medio de la evaluación de la tasa de producción (TP), la eficiencia biológica (EB) con las fórmulas de cálculo según [21].

$$TP = \frac{\text{Eficiencia biológica}}{\text{Número de días del proceso}}$$

$$EB (\%) = \frac{\text{Peso de hongos frescos}}{\text{Peso del sustrato fresco}} * 100$$

Por otra parte el análisis de proteína en los basidiomas partiendo de 0,5g de muestra, se determinó por el método de Kjeldahl (AOAC, USEPA, ISO) (Datos S1), el cual permite calcular la cantidad de nitrógeno presente en el alimento, el mismo que consiste básicamente en ebullición de la muestra en ácido sulfúrico concentrado provocando destrucción oxidativa de la materia orgánica y reducirlo a nitrógeno orgánico [22], para finalmente calcularse, el porcentaje de proteína bruta (%P), y el porcentaje de nitrógeno (%N) aplicando los siguientes componentes en la fórmula: usando al volumen de titulación de la muestra (V); volumen de titulación del blanco (Vb); constante de normalización de HCL 0,1N (K) y peso de muestra en gramos (P).

$$\%N = \frac{(V-Vb)*1,401*K}{P}$$

$$\%P = \%N * 6,25$$

Análisis de datos

Los datos obtenidos para tasa de producción, eficiencia biológica y porcentaje de proteína en función de los tratamientos se analizaron mediante una prueba de Wilconxon. La prueba de Shapiro-Wilk fue menor a 0,05, confirmando que los datos no presentaron una distribución normal.

Resultados y Discusión

El tiempo de desarrollo de *Pleurotus ostreatus* (Fig. 1), fue variable entre los dos sustratos o tratamientos (T1 y T2) posterior al día uno de inoculación, siendo así: colonización micelial completa (30 y 38 días respectivamente); primordios (35 y 45 días respectivamente); fructificación (39 y 50 días respectivamente), repercutiendo en alguno de los parámetros analizados como se explica seguidamente.

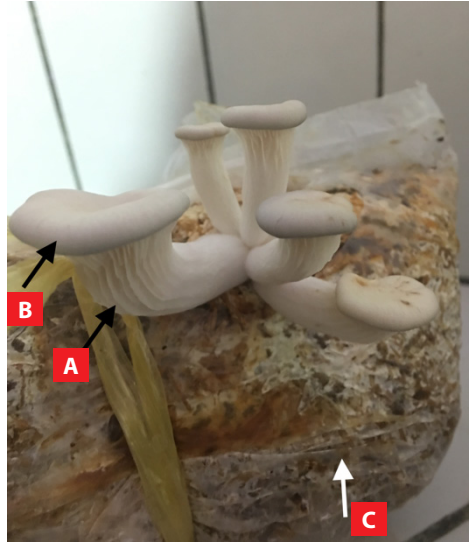


FIGURA 1. Basidiomas de *P. ostreatus*; lamelas decurrentes (A) y pileo grisáceo (B), hábito cespitoso y/o connado; funda con sustrato (hábitat lignícola), y crecimiento micelial dicariótico (C).

La tasa de producción (Fig. 2) y la eficacia biológica (Fig. 3) mostraron diferencias significativas entre los tratamientos. Sin embargo, el porcentaje de proteína (Fig. 4) no señaló cambios significativos (Tabla 1).

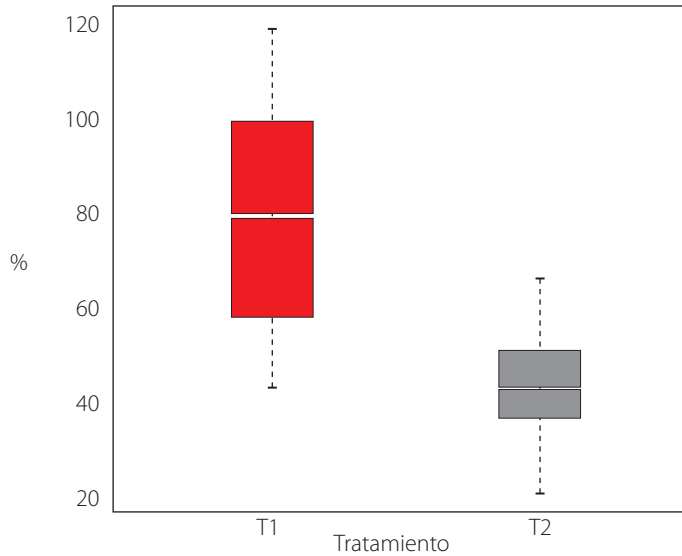


FIGURA 2. Tasa de producción de *P. ostreatus* entre tratamientos

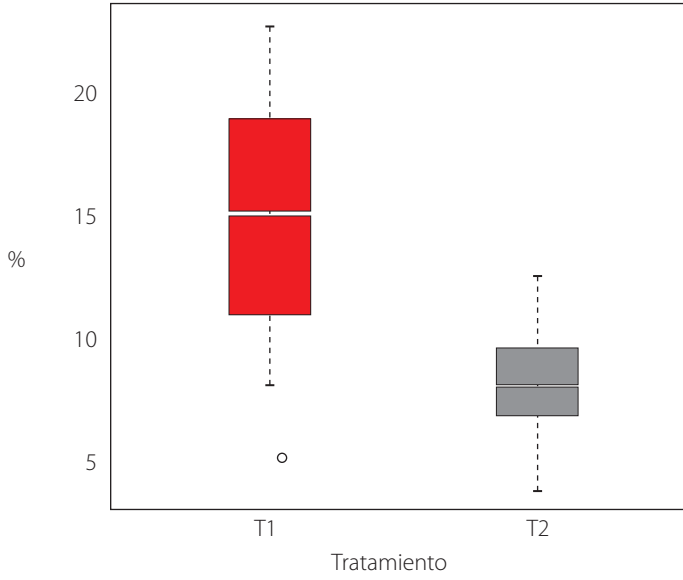


FIGURA 3. Eficiencia biológica de *P. ostreatus* entre tratamientos.

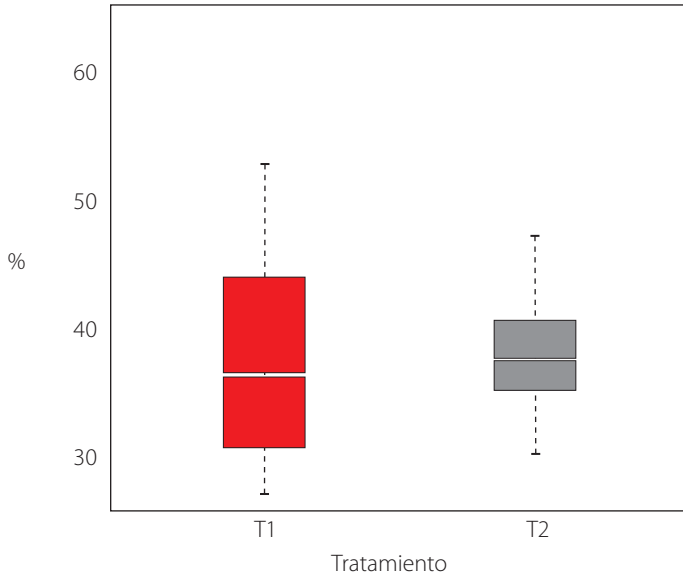


FIGURA 4. Porcentaje de Proteína de *P. ostreatus* entre tratamientos

TABLA 1. Datos de significancia de pruebas de supuestos y diferencia de medias entre tratamientos.

Variables	Shapiro Wilk		Wilcoxon Test	
	W	P- valor	W	P- valor
TP	0,94622	0,01039	820	4,68E-08
EB	0,94627	0,01044	820,5	4,48E-08
%P	0,94992	0,01543	390	0,3817

El T1 con una tasa de producción del 80% TP fue superior al 45% del T2. La tasa de producción es importante en el cultivo de este macrohongo, encontrándose valores referenciales entre 60 y 80% aplicando diferentes sustratos [23–25], siendo un indicativo que la combinación de sustratos en el T1 de este estudio es eficiente. No obstante, se debe indicar que los días para observar fructificaciones en el T1 han excedido aproximadamente en 10 días con respecto de otros estudios [26], lo que puede estar relacionado con cambios de la temperatura.

El T1 con el 15% de EB fue superior al T2 con el 8%. El cual preferencialmente debe ser del 100% [27–28] garantizando la convergencia y aceptabilidad del sustrato por el hongo. Los valores aquí obtenidos para el T1, con un valor medio del 15% y un 22,75% en su valor máximo, son inferiores para valores de EB obtenidos en otros estudios, por ejemplo, se ha reportado entre el 56% a 160% de EB para los sustratos de cascarilla de arroz y pulpa de café [23], siguiendo este mismo patrón, otros autores documentaron valores altos de EB para el carrizo con 123,21% [25]; paja de cebada con 59,95% [24]; restos de cultivo de frejol y tuza de maíz 64% y 62% respectivamente [29]. Así mismo, Caicedo [29] menciona que sustratos como, aserrín, kudzu, hojas de plátano y anturio pueden mantener EB entre 181% a 257%.

Los bajos porcentajes principalmente en la EB y la variación en tiempo se la atribuyen a la variabilidad de condiciones como temperatura y humedad como se sugiere en [26] provocando estrés de desecación, lo cual disminuye el metabolismo del hongo como se explica en [17]. La temperatura y humedad en la ciudad de Zamora, oscilo entre 25–27°C y humedad entre 70 y 95% respectivamente durante el periodo de siembra y cosecha. Los datos tomados a lo interno del cuarto de cultivo variaron con respecto del ambiente externo obteniendo rangos entre 24 y 26°C para temperatura y entre 60–90% para humedad, permitiendo al menos el desarrollo de los hongos.

Sorpresivamente, los datos de proteína fueron entre 40% y 35% para T2 y T1 respectivamente, muy superiores para los reportados para la misma especie entre 1,54% a 3,10% (factor de conversión de nitrógeno 4.38) [30], y para la cepa RN2 *P. pulmonarius* (Fr.) Quél. (*sensu auct. P. ostreatus*) y la cepa RN82 *P. djamor* (Ruumph. Ex Fr.) Boedijn con valores de proteína entre 23–43% [21]. Estos valores de proteína están ligados al tipo de sustrato que se use en el cultivo, por ejemplo, la misma especie de *P. djamor* cultivado en hojas de plátano y aserrín presenta un porcentaje 38,5 de proteína [5]. Así mismo, *P. ostreatus* puede presentar variabilidad de porcentajes de proteína al cultivarse en otros sustratos como: la paja de trigo 25,6%, eucalipto 25,4%, paja de eucalipto 24,4% y en álamo 22,9% [6]. Para el porcentaje de proteína, el T2 fue ligeramente superior al T1,

lo que puede ser producto de la expresividad genética del hongo con respecto de la naturaleza del sustrato (aserrín) que al ser mucho más crudo puede contener mayores porcentajes de lignina y celulosa [31, 32] generándose mayor cantidad de proteínas como lacasa [33].

Varias muestras presentaron valores de proteína fuera de los rangos medios obtenidos, los mismos que fueron descartados como errores por una triple validación de la prueba con dichas muestras. Estos valores, probablemente se deban a posibles adaptaciones genéticas de cada muestra individual incrementando la expresividad génica y proteínica [34].

Con este estudio y aplicación del cultivo *Pleurotus ostreatus* usando recursos accesibles y económicos, sin controles automatizados de variables como la temperatura y humedad se ha logrado obtener un producto con un excelente porcentaje de proteína, contribuyendo con los objetivos de desarrollo sostenible (ODS), como cambiar el mundo con el fin de la pobreza o hambre cero (ODS 1 y 2), además de ayudar a poblaciones vulnerables económicamente del sector, y aportando al conocimiento de cultivo y valorización de los hongos.

AGRADECIMIENTOS

Agradecemos al financiamiento de reactivos y disponibilidad de laboratorios de Cultivo y Conservación de Microorganismos y Laboratorio de Química de la Universidad Técnica Particular de Loja UTPL.

CONTRIBUCIONES DE LOS AUTORES

Darío Cruz y Ruby Ojeda concibieron la investigación; Darío Cruz y Ruby Ojeda desarrollaron la metodología y realizaron el trabajo de campo; Diego Maza y Ruby Ojeda desarrollaron metodología de laboratorio; Ángel Benítez diseñó el modelo y corrió los análisis; Darío Cruz y Ángel Benítez redactaron el manuscrito; Ruby Ojeda, Daniel Capa y Diego Maza revisaron críticamente el contenido intelectual del manuscrito; Darío Cruz tomó la fotografía de la figuras 1; Ángel Benítez aportó con las figuras 2, 3 y 4.



REFERENCIAS

- [1] Pavlik, M., Hrašková, M., & Pavlíková, A. (2008). Oyster mushroom *Pleurotus ostreatus* (Jacq.) P.Kumm. – its cultivation and utilization in the Slovak forestry. In *Mushroom biology and mushroom products. Proceedings of the Sixth International Conference on Mushroom Biology and Mushroom Products, Bonn, Germany, 29 September-3 October, 2008* (pp. 246-254). GAMU GmbH, Institut für Pilzforschung.
- [2] Moore, D. (2005) Principles of mushroom developmental biology. *International Journal of Medicinal Mushrooms*, 7:1–2
- [3] Ramón, P., & Ramón, D. (2012). Análisis de la capacidad degradativa de residuos lignocelulósicos utilizando el hongo *Pleurotus ostreatus* var. Florida (Universidad Politécnica Salesiana Sede Cuenca). Retrieved from <https://dspace.ups.edu.ec/bitstream/123456789/2811/6/UPS-CT002462.pdf>
- [4] Nieto, I. J., & Chegwin, C. (2010). Influencia del sustrato utilizado para el crecimiento de hongos comestibles sobre sus características nutraceuticas. *Revista Colombiana de Biotecnología*, 12(1), 169–179.
- [5] Motato, K., Mejía, A., & León, Á. (2006). Evaluación de los residuos agroindustriales de plátano (*Musa paradisiaca*) y aserrín de abarco (*Cariniana piriformes*) como sustratos para el cultivo del hongo *Pleurotus djamor. Vitae*, 13(1), 24–29.
- [6] Varnero, M. T., Quiroz, M. S., & Álvarez, C. H. (2010). Utilización de residuos forestales lignocelulósicos para producción del hongo ostra (*Pleurotus ostreatus*). *Informacion Tecnologica*, 21(2), 13–20. <https://doi.org/10.16124154i09>.
- [7] Pineda, I. J., Ramos-Sánchez, L. B., & Soto-Arroyave, C. P. (2014). Producción de *Pleurotus ostreatus* por fermentación en estado sólido: una revisión ICIDCA. *Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar*, 48(2), 13-23.
- [8] Pineda, I. J., Soto-Arroyave, C., Guzmán-Torres, R., Santiago-Vispo, N., Huaca-Pinchao, J., Duarte-Trujillo, S., & Pineda-Soto, A. (2016). Producción de hongo ostra (*Pleurotus* spp.) en bagazo de caña ICIDCA. *Sobre los Derivados de la Caña de Azúcar*, 50(1). 50-54
- [9] Santillán, T. M.M., & Morocho N. V. E. (2018) *Evaluación de sustratos lignocelulósicos para la producción del hongo ostra (Pleurotus ostreatus), en la parroquia Tarqui*. Facultad de Ciencias de la Tierra; Carrera de Ingeniería Agropecuaria; Universidad Estatal Amazónica.
- [10] Patil, S., Ahmed, S., Telang, S., & Baig, M. M. V. (2010). The nutritional value of *Pleurotus ostreatus* (JACQ.:FR.) Kumm cultivated on different lignocellulosic agrowastes. *Innovative Romanian food biotechnology*, 7. 66-76.
- [11] Barros, L., Cruz, T., Baptista, P., Estevinho, L. M., & Ferreira, I. C. (2008). Wild and commercial mushrooms as source of nutrients and nutraceuticals. *Food and Chemical Toxicology*, 46(8), 2742–2747. <https://doi.org/10.1016/j.fct.2008.04.030>.
- [12] Cohen, R., Persky, L., & Hadar Y. (2002) Biotechnological applications and potential of wood-degrading mushrooms of the genus *Pleurotus* *Appl Microbiol Biotechnol* 58:582–594 DOI 10.1007/s00253-002-0930-y.
- [13] Svanberg, D., & Lindh, H. (2019). Mushroom hunting and consumption in twenty-first century post-industrial Sweden; *Journal of Ethnobiology and Ethnomedicine* 15(1),42 <https://doi.org/10.1186/s13002-019-0318-z>.
- [14] Gamboa-Trujillo, P., Wartchow, F., Cerón-Martínez, C., Andi, D., Uwinjin, P., Grefa, G., & Piyaguaje, N. (2019). Edible Mushrooms of Ecuador: consumption, myths and implications for conservation. *Ethnobotany Research and Applications*, 18, 1-15.
- [15] Majesty, D., Ijeoma, E., Winner, K., & Prince, O. (2019). Nutritional, anti-nutritional and biochemical studies on the oyster mushroom, *Pleurotus ostreatus*. *EC Nutrition*, 14(1), 36-59. "Nutritional, Anti-nutritional and Biochemical Studies on the Oyster Mushroom, *Pleurotus ostreatus*". *EC Nutrition* 14.1: 36-59.
- [16] Kakon, A. J., Choudhury, Md B. K., & Saha, S. (2012). Mushroom is an ideal food supplement. *Journal of Dhaka National Medical College & Hospital*, 18(1),58-62.
- [17] Aghajani, H., Bari, E., Bahmani, M., Humar, M., Ghanbary, M.A. T., Nicholas, D.D., & Zahedian, E. (2018). Influence of relative humidity and temperature on cultivation of *Pleurotus* species. *Maderas Ciencia Tecnología*. 20(4), 571-578
- [18] López-Rodríguez, C.; Hernández-Corredor, R.; Suárez-Franco, C. & Borrero, M. (2008). Evaluación del crecimiento y producción de *Pleurotus ostreatus* sobre diferentes residuos agroindustriales del departamento de Cundinamarca. *Universitas Scientiarum*, 13(2), 128-137.

- [19] Aguinaga, P. (2012). *Evaluación de cuatro sustratos para la producción del hongo ostra (Pleurotus ostreatus) en tres ciclos de producción en la zona de Tambillo, provincia de Pichincha* (Tesis de pregrado). Escuela Politécnica Nacional, Quito.
- [20] Gaitán-Hernández, R., Salmones, D., Pérez-Merlo, R., & Mata, G. (2006). Manual práctico del cultivo de setas: aislamiento, siembra y producción. *Instituto de Ecología, AC, Xalapa, México*.
- [21] Vega, A., & Franco, H. (2013). Productividad y calidad de los cuerpos fructíferos de los hongos comestibles *Pleurotus pulmonarius* RN2 y *P. djamor* RN81 y RN82 cultivados sobre sustratos lignocelulósicos. *Información Tecnológica*, 24(1), 69–78. <https://doi.org/10.4067/S0718-07642013000100009>
- [22] Becker, J. (2012). *Plasmons as sensors*. Tesis Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-642-31241-0>.
- [23] Bermúdez, R., García, N., & Mourlot, A. (2007). Fermentación sólida para la producción de *Pleurotus* sp. sobre mezclas de pulpa de café y viruta de cedro. *Tecnología Química*, XXVII(2), 55–62.
- [24] Guzmán, D., Herrera, J., Fuentes, E., & Hernández, A. (2019). Evaluación del crecimiento y producción del hongo ostra *Pleurotus ostreatus* bajo condiciones artesanales utilizando restos de cosecha en el municipio de Camotán, Chiquimula, Guatemala. *Tikalia*, XXXVII, No 1, 23–40.
- [25] Valencia de Ita, M. Á., Castañeda, M. D., Huerta, M., & Romero, O. (2019). Carrizo silvestre (*Arundo donax*) como sustrato alternativo en la producción de *Pleurotus ostreatus*. *Scientia Fungorum*, 48, 15–22. <https://doi.org/10.33885/sf.2018.48.1231>.
- [26] Rios, P., Hoyos, J., & Mosquera, S. (2010). Evaluación de los parámetros productivos de la semilla de *Pleurotus ostreatus* propagada en diferentes medios de cultivo. *Facultad de Ciencias Agropecuarias*, 8 (2), 87–93.
- [27] Silva, R., Fritz, C., Cubillos, J., & Díaz, M. (2010). Manual para la producción de hongos comestibles (*Shiitake*). *Santiago, Chile: Proyecto CONAMA-FPA*.
- [28] Donado, T. (2014). Evaluación de tres sustratos para la producción de hongo ostra (*Pleurotus ostreatus*); *Moyuta, Jutiapa* (Universidad Rafael Landívar).
- [29] Caicedo, P. (2013). Utilización de residuos orgánicos lignocelulósicos provenientes de actividades industriales para la producción de hongos comestibles *Pleurotus* spp. en el distrito especial de Buenaventura, *Colombia*.
- [30] Bonatti, M., Karnopp, P., Soares H. M., & Furlan S. A. (2004). Evaluation of *Pleurotus ostreatus* and *Pleurotus sajor-caju* nutritional characteristics when cultivated in different lignocellulosic wastes. *Food Chemistry* 88(3):425–428.
- [31] Sánchez, C. (2010). Cultivation of *Pleurotus ostreatus* and other edible mushrooms. *Applied microbiology and biotechnology*, 85(5), 1321–1337. doi: 10.1007/s00253-009-2343-7.
- [32] Sánchez, J. E., & Royse, D.J. (2001). La biología y el cultivo de *Pleurotus* spp. El colegio de la frontera sur. México.
- [33] Janusz G, Kucharzyk, K.H., Pawlik, A., Staszczak, M., & Paszczynski, A. J. (2013) Fungal laccase, manganese peroxidase and lignin peroxidase: gene expression and regulation. *Enzyme and Microbial Technology*; 52(1):1–12.
- [34] Amore, A., Giacobbe, S., & Faraco, V. (2013) Regulation of cellulase and hemicellulase gene expression in fungi. *Current genomics*, 14(4), 230-249.

Propuesta de un sistema de gestión integral de residuos sólidos domésticos en la comunidad Cofán A I Dureno de la Amazonía ecuatoriana

Pedro Andrés Peñafiel Arcos^{1*}, Karem Yael Cazares Carrión¹, Alexandra Maribel Quilligana Vega¹, Astrid Carolina Pasquel Montenegro¹

¹Departamento de Ciencias de la Vida, Universidad Estatal Amazónica, Puyo, Ecuador.
Autor para Correspondencia / Corresponding Author, e-mail: ppeñafiel@uea.edu.ec

Proposal for a comprehensive domestic solid waste management system in the Cofán A I Dureno community in the Ecuadorian Amazon

Abstract

The present work aimed at establishing a proposal for a comprehensive management system for domestic solid waste (DSW) in the A I Dureno community, where the indigenous people of the Cofán nationality can be found. It is located in "Sucumbíos", a province in the Ecuadorian Amazon region. In this location, there is a group of houses built within the Millennium Communities Program promoted by the national government, of which only 26 are inhabited with a total of 129 people. Currently, more than half of the households burn DSW as the only treatment process which generates environmental impacts in the area. The methodology applied consisted of diagnosing the socioenvironmental conditions of the community through surveys, as well as determining the daily per capita production (PCP) of DSW through a characterization applying the methodology of the Pan American Health Organization (PAHO). It also focused on the development of a proposal for a management model appropriate to the present demographic characteristics, from environmental education to final disposal. The results obtained determined that the average PCP of the community is 0.346 kg/inhabitant/day and the predominant category was the organic fraction with 64.7% of a total of 44.63 kg of DSW produced. The adaptation of an area for the generation of compost and a recycling system that allows obtaining economic resources for the benefit of the population is proposed.

Keywords: Amazon indigenous community, daily per capita production, characterization of domestic solid waste.

Resumen

En el presente trabajo se establece una propuesta para un Sistema de Gestión Integral de Residuos Sólidos Domésticos (RSD) en la comunidad A I Dureno, formada en su totalidad por indígenas de la nacionalidad Cofán, ubicada en la provincia de Sucumbíos de la amazonía ecuatoriana. En esta locación se encuentran un grupo de viviendas construidas dentro del Programa de Comunidades del Milenio impulsado por el Gobierno Nacional de las cuales están habitadas veintiséis con un total de ciento veintinueve personas. Actualmente más de la mitad de las unidades familiares quemar



Editado por /
Edited by:
Eva O.L. Lantsoght

Recibido /
Received:
17/07/2020

Aceptado /
Accepted:
12/11/2020

Publicado en línea /
Published online:
09/04/2021

los RSD como único tratamiento lo que genera impactos ambientales en la zona. La metodología que se utilizó consistió en diagnosticar la condición socioambiental de la comunidad mediante encuestas, en la determinación de la producción per cápita diaria (PPC) de los RSD mediante una caracterización aplicando la metodología de la Organización Panamericana de Salud (OPS) y en el desarrollo de una propuesta de modelo de gestión adecuado a las características demográficas presentes, desde la educación ambiental hasta su disposición final. Los resultados obtenidos determinaron que la PPC promedio de la comunidad es de 0,346 kg/hab/día y la categoría predominante fue la fracción orgánica con un 64,7% de un total de 44,63 kg de RSD producidos. Se plantea la adecuación de un área para la generación de compost y un sistema de reciclaje que permita la obtención de recursos económicos en beneficio de la población.

Palabras clave: Comunidad indígena amazónica, PPC diaria, caracterización de residuos sólidos domésticos.

INTRODUCCIÓN

La generación de residuos sólidos nace desde la necesidad del hombre por mejorar cada vez más su forma de vivir en función a sus intereses y bienestar en general [1]. En épocas anteriores, el manejo de estos residuos no representaba un problema considerable puesto que la población era pequeña y la forma de gestionar era eficiente ya que se contaba con facilidades tanto en terreno para su disposición final y las normativas ambientales no eran muy enérgicas [2, 3]. Sin embargo, la problemática de los residuos sólidos, en especial los domésticos (RSD), ha sido un tema sensible en todas las urbes, debido a distintos factores como la sobrepoblación [4], los cambios en los patrones de consumo [5], el mejoramiento en el nivel de vida [6], entre otros, que han desencadenado en un crecimiento exponencial de producción [1, 7]. Los altos volúmenes de RSD si no se los gestiona adecuadamente representan un problema de sanidad pública lo que conlleva una afectación tanto en la salud de las personas, así como en el medio ambiente [8-10].

Sin embargo, los problemas en referencia a los RSD ocurren con frecuencia debido a la falta de capacidad, dentro de las autoridades municipales en términos de administración, recursos financieros y manejo débil de éstos [11-13]. En este contexto, Ecuador no es la excepción. Concretamente, en las comunidades rurales amazónicas se ha originado un aumento significativo en la producción per cápita (PPC) diaria de los residuos sólidos domésticos (RSD) generados.

La recolección de los residuos sólidos en áreas rurales amazónicas viene siendo un problema extraordinario que se crea debido a la ubicación de los diferentes asentamientos de las comunidades, puesto que en su gran mayoría se obstaculiza el ingreso del transporte de recolección por la ausencia de la infraestructura vial o el acceso por vía terrestre es nulo. Sumado, además, al desconocimiento por parte de los comuneros acerca del manejo y gestión de los residuos que se generan en sus territorios, ha llevado a que una gran cantidad de estos sean abandonados o desechados sin ningún control, y que en el peor de los casos se disponga de ellos en sitios no autorizados [9, 14]. Es el caso de la comunidad del milenio A'í Dureno Cofán



ubicada en la parroquia Dureno a 27 km del cantón Lago Agrio, provincia de Sucumbíos, Ecuador, y que está conformada en su totalidad por indígenas de la nacionalidad Cofán. Esta comunidad de 129 habitantes está asentada a escasos kilómetros de la zona urbana lo que ha llevado a una parcial transformación de las costumbres alimenticias de esta nacionalidad indígena, produciendo como consecuencia una generación más alta de RSD que en otras comunidades aledañas.

Entre las consecuencias negativas del inadecuado manejo de estos productos está la contaminación de recursos naturales como el suelo, el agua [15]; la contaminación visual; debido a que los residuos son arrojados a las fuentes hídricas aledañas a la comunidad, enterrados en el suelo, arrojados a lugares no apropiados o quemados, causando la modificación paisajística y del ecosistema [16, 17]. Al ser quemados al aire libre, generalmente la combustión se realiza sin el aire suficiente o simplemente no se alcanza una temperatura suficientemente alta, lo que determina un proceso incompleto, liberando sustancias peligrosas como PM_{10} , $PM_{2.5}$, monóxido de carbono (CO), metales pesados y contaminantes orgánicos persistentes como son los compuestos aromáticos policíclicos (HAPS), las dioxinas y furanos policlorados y polibromados [18, 19], deteriorando la calidad del aire y exponiendo a los residentes locales a graves amenazas para su salud. Actualmente en la comunidad no existe un sistema de gestión de los RSD, lo que ha conllevado a una disposición inadecuada de los mismos (enterrarlos, quemarlos, arrojarlos al río o acumularlos) y que a su vez presenta una urgente necesidad del establecimiento de una propuesta de manejo de estos productos, desde su generación hasta la disposición final, incluyendo la fase de tratamiento.

Esta investigación está centrada principalmente en el diseño de un sistema de gestión integral de RSD, basado en las características socioeconómicas de las áreas rurales amazónicas, para la comunidad indígena Cofán A I Dureno.

MATERIALES Y MÉTODOS

Localización

El área de estudio está ubicada en la Comunidad del Milenio A I Dureno Cofán construida por el gobierno ecuatoriano con un total de 108 viviendas con casi todos los servicios básicos. Esta área fue instalada en los territorios de la nacionalidad indígena Cofán dentro de la comunidad del mismo nombre, debido a lo cual está conformada únicamente por este grupo poblacional. Perteneció a la parroquia Dureno, cantón Lago Agrio, provincia Sucumbíos de la Amazonía ecuatoriana. Esta zona tiene la particularidad de estar asentada al margen derecho del río Aguarico a la altura del kilómetro 23 vía a Dureno [20], lo que genera que esté aislada de la parte urbana del cantón por este cuerpo de agua, imposibilitando la entrada vehicular.

Diagnóstico de la situación actual de la generación y manejo de RSD en la comunidad A I Dureno

Actualmente, el número de viviendas habitadas es de solamente 26 (24% del total) con presencia de 129 habitantes. Al estar habitadas el total de las viviendas, tendrían

la capacidad de albergar un total de 610 habitantes aproximadamente. El diagnóstico cuantitativo y cualitativo de la generación de los RSD en la comunidad se desarrolló mediante la aplicación de una encuesta descriptiva basada en preguntas abiertas y cerradas, en cada una de las viviendas que se definieron como nuestras unidades de análisis. En total 26 jefes de familia fueron entrevistados y encuestados. Los temas consultados en la encuesta fueron discutidos por un panel de docentes de la carrera de Ingeniería Ambiental de la Universidad Estatal Amazónica de Ecuador, lo cual se utilizó como sistema de validación. Así mismo, estos temas fueron socializados previamente con la población objetivo con el fin de obtener su aprobación y compromiso con el desarrollo de este trabajo.

De acuerdo con la normativa ecuatoriana, en el Código Orgánico Ambiental (COA) en su artículo 231 y en el Código Orgánico de Organización Territorial, Autonomía y Descentralización (COOTAD) artículos 55 y 136, los responsables administrativos en el manejo integral de los residuos sólidos no peligrosos y desechos sanitarios, son los Gobiernos Autónomos Descentralizados Municipales y Parroquiales Rurales, los cuales están obligados a fomentar en los generadores alternativas de gestión, impulsar en su circunscripción territorial programas y/o proyectos de educación ambiental, organización y vigilancia ciudadana de los derechos ambientales y de la naturaleza. En el caso particular de estudio, en la comunidad A I Dureno, los responsables directos de la gestión de los residuos sólidos deberían ser el GAD Municipal de Lago Agrio y el Gobierno Autónomo Descentralizado Parroquial Rural de Dureno. Esta obligación actualmente no se cumple debido, principalmente, a la ubicación de la comunidad, que complica el acceso vehicular y de personal de estas instituciones lo que a su vez determina la necesidad de un modelo de autogestión para solucionar esta problemática.

Determinación de la PPC promedio diaria, densidad y composición física de los RSD generados en la comunidad A I Dureno

Para la realización de este objetivo se utilizó la metodología de la Organización Panamericana de Salud (OPS), la cual implica conocer las características de esos los residuos sólidos en relación con la generación, composición y densidad de los mismos. Esta metodología estadística es aplicada en los diferentes estudios de caracterización de residuos sólidos en los países de la Región de América Latina y el Caribe basada en el diseño del doctor Kunitoshi Sakurai en 1982 [21], que consiste en el siguiente procedimiento:

Selección de la muestra

Se identificó un número total de viviendas para que se ajuste a un área de estudio, bajo este contexto, el estudio de la comunidad en cuestión se llevó a cabo a toda la población (26 viviendas) abarcando un total de 129 habitantes. Además, se tomó como referencia el total de 610 habitantes para la proyección de la propuesta del sistema de gestión integral de residuos sólidos.

Recolección de los datos y análisis de los residuos sólidos

Se etiquetó cada vivienda y se tomó sus respectivas coordenadas con ayuda de la aplicación GPS Estatus. La recolección de los RSD se desarrolló por ocho días sucesivos, dejando a un lado los resultados del primer día como lo indica la metodología anteriormente



mencionada. El horario de recolección se estableció de manera colectiva en torno a las posibilidades de la comunidad. Se recolectó los residuos sólidos diariamente en bolsas de polietileno de color negro de 50 x 55 cm y se procedió a tomar su peso en kg.

Cálculo de la PPC promedio diaria

El peso de los residuos que se recolectaron diariamente en cada una de las viviendas está representado por la abreviatura (Wt). En función de todos los datos recopilados, sobre el número de personas por vivienda, se determinó el número total de personas, que en este caso está representado por la abreviatura (n).

Para obtener la PPC diaria se utilizó la Ecuación (1).

$$PPC = \frac{\text{Peso diario de residuos (Wt)}}{\text{Número de personas (n)}} \quad (1)$$

Determinación de la composición física de los residuos sólidos

Se realizó diariamente, posterior a la recolección de los mismos, y descartando el primer día para no tener alteraciones en los resultados. Dependiendo al tipo de clasificación se empezó a separar los componentes de los residuos sólidos domésticos en:

- Papel y cartón
- Plásticos
- Metales (incluido latas)
- Vidrio
- Materia orgánica
- Residuo sanitario
- Otros

Se calculó el porcentaje de cada componente, aplicando la Ecuación (2), tomando en cuenta los datos del peso total de los residuos recolectados en un día (Wt) y el peso del componente (Pi).

$$\text{Porcentaje (\%)} = \frac{\text{Peso de cada componente (Pi)}}{\text{Peso total de residuos recolectados en un día (Wt)}} * 100 \quad (2)$$

Propuesta de sistema de gestión de RSD

En base a los resultados determinados en el estudio de la producción y caracterización de los RSD generados en la comunidad A I Dureno, se desarrolló propuestas de manejo de la parte orgánica e inorgánica producida que van desde la educación ambiental hasta su disposición final, tomando en cuenta las costumbres y disponibilidad de recursos humanos y económicos de la población.

Análisis estadísticos

Para la ejecución de los diferentes objetivos de este estudio, se utilizó el software EXCEL para la tabulación de los resultados de la encuesta y la ejecución diferentes cálculos, que sirvieron para realizar el análisis de los resultados de las actividades desarrolladas. Así mismo, se utilizó el paquete estadístico STATISTICA para generar valores de media, mínimos, máximos y desviación estándar de los resultados de la producción y caracterización de los RSD generados en la comunidad, dentro de un análisis básico de estadística descriptiva.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Diagnóstico de la situación actual de la generación y manejo de residuos sólidos en la comunidad del milenio A I Dureno Cofán

Los resultados de la encuesta permitieron determinar que el 50% de familias de la comunidad están conformadas por 4 o más individuos. Este resultado es similar al indicado en el documento “Ecuador Familia en cifras 2016” desarrollado por la Universidad Técnica Particular de Loja -UTPL, el Instituto Latinoamericano de la Familia-ILFAM y la Corporación para el Desarrollo de la Familia-ORIENTAR, donde se manifiesta que el promedio de miembros por hogar en Ecuador es 4 [22], al igual que lo propuesto por los trabajos de [23, 24] que se basan en el estudio de varias poblaciones indígenas en la Amazonía ecuatoriana.

Por otro lado, se identificó que el 96% de la población estudiada se encuentra bajo las líneas de pobreza y de pobreza extrema, que para diciembre de 2019 se ubicaban en US\$ 84,82 y US\$ 47,80 mensuales per cápita, respectivamente, según la Encuesta Nacional de Empleo, Desempleo y Subempleo de diciembre de 2019 [25]. Esto, a su vez tiene incidencia en la frecuencia que las familias realizan compras de productos de primera necesidad, que para este estudio se comprobó que un 73% lo realizan una vez al mes. En cuanto al análisis ambiental, se determinó que el 77% de las viviendas realizan una clasificación básica de los residuos sólidos generados, entre fracción orgánica e inorgánica, en donde parte del contenido orgánico se lo dispone directamente en el suelo como método de mejoramiento del mismo. Mientras que, el 58% de los núcleos familiares afirmaron que el tratamiento final de los residuos sólidos generados en sus viviendas es la quema de los mismos, lo cual es un comportamiento habitual en este tipo de comunidades amazónicas ecuatorianas [26], y también a nivel latinoamericano [27]. A su vez, en lo referente a la frecuencia de disposición de cualquiera de las alternativas propuestas (enterrarlos, quemarlos, arrojarlos al río o acumularlos) de los residuos sólidos generados en la comunidad, el 39% de las viviendas lo realizan semanalmente, el 46% cada dos días y las restantes diariamente. Este tipo de manejo inadecuado de residuos sólidos descrito anteriormente, genera que los habitantes de la comunidad A I Dureno se encuentren expuestos a diferentes tipos de contaminación ambiental, que son precursores de enfermedades que afectan su nivel de vida [28].

Determinación de la producción per cápita promedio (PPC) diaria y densidad de los RSD

Los resultados diarios obtenidos de la PPC se pueden observar en la Tabla 1. Estas mediciones fueron realizadas del 13 al 19 de diciembre 2019. Se observa que la PPC promedio de RSD en la comunidad es de 0,346 kg/hab/día.

Tabla 1. Producción per cápita promedio (PPC) diaria de la comunidad A I Dureno.

	PPC (kg/hab/día)							
	Día 1	Día 2	Día 3	Día 4	Día 5	Día 6	Día 7	Promedio
Peso diario (kg)	38,40	49,90	71,00	17,30	28,46	45,40	62,00	44,64
PPC (kg/hab/día)	0,298	0,387	0,550	0,134	0,221	0,352	0,481	0,346



En cuanto a otros trabajos realizados en comunidades indígenas amazónicas ecuatorianas, se encuentran los realizados por [29] y [30] en la provincia de Sucumbíos, en el cual se obtienen valores de PPC promedio de 0,51 kg/hab/día y 0,42 kg/hab/día respectivamente para la cabecera Parroquial de Limoncocha, específicamente para residuos sólidos generados en viviendas. Otra investigación, es la presentada por [26] donde se determinó que la PPC diaria para una comunidad de nacionalidad Waorani de la Amazonía ecuatoriana es de 0,26 kg/hab/día. Estos datos indican la importante variabilidad de generación que existe en este tipo de asentamientos poblacionales, que podrían estar marcados principalmente por las condiciones socioeconómicas y culturales de cada comunidad [31], y en un segundo plano por el nivel de accesibilidad a las condiciones de un estilo de vida urbano. Todo esto plantea la necesidad de desarrollar una mayor cantidad de investigaciones de tipo social, donde se pueda analizar y determinar los factores preponderantes que condicionan la generación de RSD.

A nivel internacional, existe el trabajo desarrollado por [32] en el cual, la PPC determinada fue de 0,5 kg/hab/día para las comunidades asentadas a lo largo del río Juruá en la Amazonía brasileña. Otra investigación desarrollada en un sector rural de Latinoamérica, es la generada por [28] en la comunidad de Pijibasal ubicada en el Parque Nacional Darién de la República de Panamá, donde la población es netamente indígena y las condiciones socio-ambientales se asemejan. El trabajo indica que el PPC generado es de 0,47 kg/hab/día, el cual es similar al de la comunidad amazónica brasileña, pero sigue siendo en su mayoría más alto que el de las comunidades ecuatorianas.

Determinación de la composición física de los RSD

La producción diaria y promedio de las diferentes categorías de RSD generados en la Comunidad A I Dureno se presenta en la Tabla 2.

Tabla 2. Producción diaria de las categorías de los RSD de la comunidad A I Dureno.

Composición física de los RSD (kg)								
Tipo de residuo	Día 1 13/11/19	Día 2 14/11/19	Día 3 15/11/19	Día 4 16/11/19	Día 5 17/11/19	Día 6 18/11/19	Día 7 19/11/19	Promedio
Contenido orgánico	25,6	29,9	50,1	10	18,2	29,9	41,9	29,40
Papel-Cartón	2,4	5,3	3,9	1,8	1,3	5,8	4,5	3,60
Plástico	3,0	4,0	6,2	1,4	3	3,6	5,3	3,80
Metal (Incluido latas)	5,3	1,0	1,5	0,9	4,1	1,3	2,8	2,40
Vidrio	0,4	1,0	0,4	0,0	0,4	0,2	0,4	0,40
Residuos Sanitarios	0,2	6,2	5,4	2,5	1,2	2,2	4,3	3,10
Otros	1,5	2,5	3,5	0,7	0,15	2,4	2,8	1,90
TOTAL	38,4	49,9	71,0	17,3	28,4	45,4	62,0	44,6

Se puede apreciar que la generación de RSD presentan una variabilidad especialmente los días sábados y domingos. Esta condición se presenta debido a que los fines de semana la mayoría de pobladores de la comunidad se trasladan a los centros urbanos más cercanos, para la comercialización de productos agrícolas como el maíz, plátano, yuca y artesanías propias de la comunidad. Por otro lado, de los 44,6 kg promedio de RSD que se generan diariamente, el 64,7% corresponde a contenido orgánico que está conformado principalmente por cáscaras de plátano maduro, un ingrediente básico en la dieta de la nacionalidad Cofán. Los porcentajes de las demás fracciones de RSD se presentan en la Fig. 1.

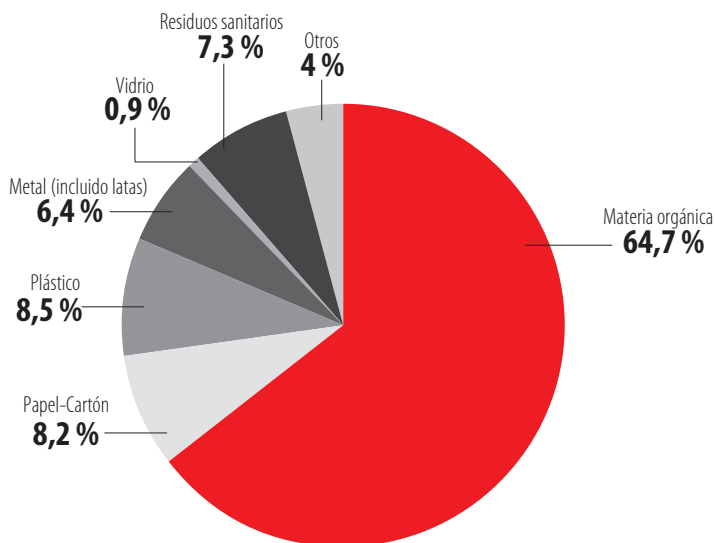


Figura 1. Composición física de los RSD de la comunidad A I Dureno.

En relación al trabajo presentando por [26] de una Comunidad Waorani de la Amazonía ecuatoriana, en la que la fracción orgánica correspondía al 74,8%, se observa que este tipo de residuo es el predominante pero con un valor de producción inferior. Si a su vez comparamos estos valores con los resultados propuestos por [32], se determinan mayores diferencias ya que en este trabajo el resultado para la fracción orgánica fue del 90%. La causa de este comportamiento de generación de residuos podría ser la mayor accesibilidad a los centros urbanos de la población objetiva de este trabajo, en comparación a la de la Comunidad Waorani y a las de las comunidades remotas de la Amazonía brasileña, lo cual provoca una mayor presencia de contenido inorgánico que es susceptible de ser producido por materiales que no se originan en sectores rurales. Esto lo podemos comprobar con el 24% de RSD correspondiente a la fracción inorgánica aprovechable en el sector Cofán en relación con el 18,7% determinado en el sector Waorani.

Para complementar el análisis de los resultados referentes a la determinación del PPC y caracterización de los RSD, se desarrolló un diagnóstico estadístico de tipo descriptivo



que se puede apreciar en la Tabla 3. En base a estos resultados se determinó que casi todos los parámetros presentan una baja variabilidad de producción cada día de análisis. Solamente las categorías Vidrio y Otros poseen una variación en sus valores que podría considerarse.

Tabla 3. Estadística descriptiva de la producción y caracterización de los RSD de la comunidad A I Dureno.

	# de mediciones	Media aritmética	Valor mínimo	Valor máximo	Desviación estándar
PPC	7	0,346	0,134	0,550	0,1334
Contenido orgánico	7	29,40	10,00	50,10	12,54
Papel-cartón	7	3,60	1,30	5,80	1,63
Plástico	7	3,80	1,40	6,20	1,47
Metal	7	2,40	0,90	5,30	1,59
Vidrio	7	0,40	0,00	1,00	0,28
Residuos sanitarios	7	3,10	0,20	6,20	2,05
Otros	7	1,90	0,20	3,50	1,11

Propuesta de sistema de gestión integral de residuos sólidos para la Comunidad A I Dureno

Debido a la ubicación geográfica de la comunidad, que complica la entrada de vehículos y personal del GADM del cantón Lago Agrio, se plantea un modelo de autogestión de los RSD generados. La asignación de responsabilidades de cada una de las fases se llevará a cabo por parte de la misma población, mediante una reunión comunal, donde el líder de la comunidad deberá liderar el evento y contará con el asesoramiento de personal del GADM del cantón Lago Agrio y del proyecto de vinculación con la comunidad "Barrios Ecológicos y Agroecología", de la Universidad Estatal Amazónica. Esto, contribuirá al empoderamiento de la población en el proyecto y a la conservación del entorno ambiental circundante.

Para el correcto diseño de la propuesta de gestión integral de los RSD, se proyectó la población de la comunidad en función del índice de crecimiento poblacional correspondiente, a un horizonte de 20 años a partir de la ejecución de este estudio, es decir al año 2039. Se utilizó la tasa de crecimiento del cantón Lago Agrio, de 0,022%, considerando el último censo llevado a cabo correspondiente al año 2010, ya que no existe información en el Instituto Nacional de Estadística y Censos específicamente de la comunidad de estudio. Para el año 2039 la población sería de 200 habitantes. Con estos resultados, se presenta en la Tabla 4 los valores de producción de RSD proyectados que sirvieron para diseñar las diferentes etapas de la propuesta.

Tabla 4. Producción de RSD proyectados de la comunidad A I Dureno.

Producción de RSD proyectados (kg)				
Población	Actual 129 hab.		Proyectada 200 hab.	
RESIDUO/ PROYECCIÓN	Semanal	Mensual	Semanal	Mensual
Materia Orgánica	205,60	822,40	317,17	1268,66
Papel-Cartón	25,00	100,00	38,57	154,26
Plástico	26,50	106,00	40,88	163,52
Metal (Incluido latas)	16,90	67,60	26,07	104,28
Vidrio	2,80	11,20	4,32	17,28
Residuos sanitarios	22,79	91,16	35,36	141,44
Otros	12,49	49,95	19,38	77,50

Fase de Educación Ambiental

El correcto funcionamiento de la gestión integral de residuos sólidos requiere de grandes compromisos compartidos entre los habitantes de la comunidad y las autoridades locales; puesto que, la complejidad que abarca este procedimiento sobrepasa la responsabilidad de los Gobiernos Autónomos de Descentralizados. La antes mencionada complejidad inicia con el convencimiento de los habitantes de la comunidad en la necesidad de separar los residuos orgánicos en al menos tres categorías como lo son: orgánico, residuos reciclables y residuos no reciclables, para lo cual se plantea el cronograma de capacitaciones mostrado en la Tabla 5. La responsabilidad de estas capacitaciones estará a cargo de los docentes y estudiantes del proyecto de vinculación con la comunidad “Barrios Ecológicos y Agroecología”, de la Universidad Estatal Amazónica.

Tabla 5. Cronograma de actividades de la Fase de Educación Ambiental.

	DÍA 1	DÍA 2	DÍA 3
Temas de capacitación	Inauguración	Presentación de bienvenida	Presentación de bienvenida
	Clasificación de los residuos sólidos.	Gestión de los residuos y su problemática social.	El ciclo de los restos orgánicos
	Reciclaje del contenido orgánico.	Reciclar ayuda.	¿Qué es compostar?
	Reciclaje del contenido inorgánico aprovechable.	Reciclar protege al medio ambiente.	¿Qué no se puede compostar?
	Disposición de RSD no aprovechables.	Medidas de bioseguridad para el manejo de RSD de origen sanitario	Finalización del evento



Fase de Separación en la fuente

Para esta etapa se propone el almacenamiento selectivo del RSD en cada vivienda en tres categorías: orgánicos (restos de comida, cáscaras de frutas y desechos de vegetales), inorgánicos aprovechables (plástico, cartón, papel, vidrio y metal) e inorgánicos no aprovechables (residuos sanitarios y otros). Se deberá proveer a cada familia de tres recipientes de 30 litros cada uno. Los residuos sanitarios, que corresponden al 7,3% (3,26 kg) de la generación total diaria, están dentro de la última categoría. Éstos corresponden principalmente a pañales desechables, lo cual es una característica repetida en comunidades indígenas amazónica como se menciona en [33].

Fase de Recolección y Transporte

Esta etapa se divide en tres partes que coincide con el número de categorías anteriormente planteadas. Para el contenido orgánico, debido a las altas temperaturas presentes en la provincia de Sucumbíos, lo recomendable es que se realice diariamente la recolección pues el factor climático incide en la rápida descomposición biológica de los mismos. Por dicha razón, se propone que, dentro de la comunidad se destine a una persona o a un grupo de personas que laboren de forma rotacional, los cuales tendrán la responsabilidad de trasladar la materia orgánica desde cada vivienda habitada, hasta el lugar destinado para el sistema de compostaje.

Para la fracción inorgánica aprovechable, de igual manera se destinará a una persona o a un grupo de personas que se encarguen de la recolección de estos residuos, y de su acumulación en un contenedor de dimensiones adecuadas tomando en cuenta la generación con la población proyectada. Posterior a esto, de forma mensual, estos materiales serán transportados a un centro de reciclaje en la ciudad de Lago Agrio, utilizando los servicios de una canoa para cruzar el río Aguarico y de una camioneta. El costo mensual para estas actividades será de 12,60 USD. Mientras que, las ganancias por la venta de estos productos se han determinado mediante las entrevistas a dueños de los centros recicladores del cantón Lago Agrio, y se presentan en la Tabla 6.

Tabla 6. Rentabilidad de los residuos inorgánicos aprovechables acorde a la población proyectada.

Rentabilidad de los residuos (USD)		
Población	129 hab.	200 hab.
RESIDUO/PROYECCIÓN	Mensual	
Papel-Cartón	11,00	16,97
Plástico	63,60	98,11
Metal (Incluido latas)	35,83	55,27
Vidrio	0,90	1,38
TOTAL	111,32	171,73

Por último, la fracción inorgánica no aprovechable deberá ser acumulada en un contenedor específico, ubicado dentro de la comunidad, con dimensiones adecuadas para almacenarla por tres días y tomando en consideración la generación de 200 personas. Se destinará a una persona o a un grupo de personas de forma rotatoria, para que recolecten estos materiales diariamente de las viviendas y los depositen en el contenedor. Debido al costo que conlleva trasladar éstos productos hacia otro contenedor perteneciente al GADM del cantón Lago Agrio, que se encuentra ubicado justamente al atravesar el río Aguarico, para lo cual se tiene que utilizar una canoa, los mismos serán transportados cada tres días. Para esta actividad se destinará 2,60 USD mensuales. Debido a las condiciones especiales de manejo de los residuos sanitarios, las personas encargadas de su recolección serán capacitadas dentro de la Fase de Educación Ambiental planteada. Así como también, deberán llevar equipos de protección personal adecuados (mascarillas y guantes); estos equipos serán adquiridos por parte de la comunidad utilizando los ingresos generados en la aplicación de este modelo de gestión.

Fase de Aprovechamiento de la fracción orgánica

Para esta fase se destinará un área de 42 m² para la aplicación de un sistema de tratamiento de la fracción orgánica generada en la zona de estudio. Se propone que esta locación sea construida con la mano de obra de la propia comunidad y con materiales de la zona. Deberá ser techada para el mantenimiento adecuado de las pilas. Se tomará en cuenta la conformación de dos pilas que receptorán cada una de ellas la fracción orgánica diaria durante un mes. Los productos complementarios podrían ser material de poda o restos de vegetación cortada de la propia comunidad como material nitrogenado, y bloques de panela diluidas como aporte energético.

En la presente investigación no se realizó la determinación de la relación C/N, pero se ha tomado como referencia el trabajo de investigación generado en la comunidad indígena amazónica Limoncocha [33], ya que las características de producción de RSD de la comunidad analizada en este manuscrito es similar a la de A I Dureno. Por tanto, se estima que la relación C/N promedio es de 158. Este valor relativamente alto, se debe a que casi en su totalidad los residuos son de origen vegetal y no animal. Para disminuir esta relación al rango óptimo (25-35), se propone la incorporación de pollinaza en una relación de 1:1 con los RSD de la comunidad [34], lo cual aumenta el porcentaje de nitrógeno y de esta manera la relación C/N disminuye hasta valores adecuados [35, 36]. El costo del saco de pollinaza en la ciudad de Lago Agrio es de 1,50 USD.

Se necesitará, además, de un saco de cal agrícola mensual para el control de olores cuyo costo es 12 USD, según locales comerciales de venta de productos agrícolas del cantón Lago Agrio, y se destinará a una persona para que se encargue de la actividad de volteo de las pilas. Este proceso requiere aproximadamente entre 2-3 horas por semana.

Sabiendo que la generación de residuos sólidos orgánicos actualmente es de 822,40 kg mensuales, y que la adición de pollinaza iría en la misma cantidad; y que del 30 al 50% del peso total es transformado en compost [37], y tomando un valor referencial de 30% se obtendrían 14 sacos de 35 kg de abono orgánico, que podrían ser comercializados



a 6 USD cada uno de ellos. Este valor se tomó en base a la referencia que se tiene en la Provincia de Pastaza, dónde el GADM del Cantón Pastaza, mediante el programa Pastaza Recicla, genera compost a partir de residuos sólidos vegetales producidos tanto en mercados como en viviendas. La ganancia mensual actual sería de 84 USD y con la generación proyectada a 20 años de 120 USD.

Fase de Disposición Final

Al momento de aplicar todo el sistema de gestión propuesto, se lograría aprovechar aproximadamente el 89% de todo los RSD generados y solo el 11% (fracción inorgánica no aprovechable) llegaría al Relleno Sanitario de la ciudad de Lago Agrio.

Resumen de costos e ingresos

El costo total mensual que se generarían al aplicar el sistema de gestión propuesto sería de 90 USD, tomando en cuenta los gastos de transporte de las fracciones inorgánicas aprovechables y no aprovechables, la cal agrícola, la pollinaza y un 10% de salvaguarda. Mientras que, las ganancias que se podrían obtener en las condiciones actuales de número de habitantes, serían aproximadamente de 196 USD, obteniéndose un ingreso neto mensual de 106 USD. Los recursos económicos obtenidos, deberán ser administrados en la misma comunidad mediante la designación de una comisión responsable del manejo de cuentas mensuales, que será elegida en la reunión comunal mencionada anteriormente.

Cabe comentar que, en la fase de educación ambiental se deberá concientizar a toda la comunidad sobre la importancia socioambiental y económica de la aplicación de esta propuesta, que logre el compromiso de la participación de todos de forma desinteresada en las actividades de recolección, transporte y construcción del área de compostaje sabiendo que, las ganancias económicas pueden ser utilizadas para el bienestar de toda la comunidad.

CONCLUSIONES

Se determinó que la PPC promedio diaria de RSD en la comunidad Cofán A I Dureno, ubicada en la región amazónica ecuatoriana, es de 0,346 kg/hab/día, mientras que la generación total diaria es de 44,6 kg aproximadamente. Estos valores son superiores a los obtenidos para una comunidad indígena Waorani de la Amazonía ecuatoriana (0,26 kg/hab/día), que presenta condiciones similares de número de población, pero a la vez inferiores a los determinados en otras comunidades indígenas amazónicas de la provincia de Sucumbíos (0,42 – 0,51 kg/hab/día) y de otros países de la región (0,5 kg/hab/día). Las causas de esta particularidad podrían ser las condiciones socioeconómicas y culturales de cada comunidad, y el nivel de accesibilidad que tienen estas comunidades a los centros urbanos, hablando en término de menor o mayor distancia a los mismos, aunque es necesario poder realizar más estudios de este tipo para ratificar esta conclusión.

Ante la falta de un manejo adecuado de los RSD generados, se presenta una alternativa

de gestión que se basa en fases de educación ambiental, almacenamiento selectivo, recolección, transporte y aprovechamiento de las fracciones orgánicas, que representa el 64,7% del total en la producción de compost, y de la inorgánica aprovechable, que representa el 24% del total, en procesos de reciclaje. Solamente el 11% del total generado se dispondría en el Relleno Sanitario.

La aplicación de esta propuesta de gestión de residuos sólidos en la comunidad, traería beneficios ambientales a la zona, además de los ingresos económicos que se generarían por la comercialización de los productos reciclados. Además, se cumpliría con los lineamientos normativos expresados tanto en el COA Art. 226, 231 y COOTAD Art, 55, 136 en dónde se promueven actividades de preservación de la biodiversidad y protección del ambiente, a través de un buen manejo de los residuos sólidos domésticos, con la participación activa de los habitantes de la jurisdicción.

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecemos a la comunidad Cofán A I Dureno por brindarnos las facilidades de obtener toda los datos relevantes para el desarrollo de esta investigación.

CONTRIBUCIÓN DE LOS AUTORES

Pedro Peñafiel concibió la investigación; Karem Cazares desarrolló la producción de tablas, figuras o material complementario; Alexandra Quilligana y Astrid Pasquel desarrollaron la metodología y realizaron el trabajo de campo.



REFERENCIAS

- [1] Lino, F.A.M. and K.A.R. Ismail, *Alternative treatments for the municipal solid waste and domestic sewage in Campinas, Brazil*. Resources, Conservation and Recycling, 2013. 81: p. 24-30 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2013.09.007>.
- [2] Deus, R.M., et al., *A municipal solid waste indicator for environmental impact: Assessment and identification of best management practices*. Journal of Cleaner Production, 2020. 242: p. 118433 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.118433>.
- [3] Lebersorger, S. and P. Beigl, *Municipal solid waste generation in municipalities: Quantifying impacts of household structure, commercial waste and domestic fuel*. Waste Management, 2011. 31(9): p. 1907-1915 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2011.05.016>.
- [4] Singh, A., *Managing the uncertainty problems of municipal solid waste disposal*. Journal of environmental management, 2019. 240: p. 259-265 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2019.03.025>.
- [5] Margallo, M., et al., *Enhancing waste management strategies in Latin America under a holistic environmental assessment perspective: A review for policy support*. Science of The Total Environment, 2019. 689: p. 1255-1275 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.scitotenv.2019.06.393>.
- [6] Khandelwal, H., et al., *Application of life cycle assessment in municipal solid waste management: A worldwide critical review*. Journal of cleaner production, 2019. 209: p. 630-654 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2018.10.233>.
- [7] Malinauskaite, J., et al., *Municipal solid waste management and waste-to-energy in the context of a circular economy and energy recycling in Europe*. Energy, 2017. 141: p. 2013-2044 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.energy.2017.11.128>.
- [8] Sáez, A. and J.A.J.O. Urdaneta, *Manejo de residuos sólidos en América Latina y el Caribe*. 2014. 20(3): p. 121-135. Recuperado de <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=73737091009>
- [9] Han, Z., et al., *A novel spatiotemporally anaerobic/semi-aerobic bioreactor for domestic solid waste treatment in rural areas*. Waste Management, 2019. 86: p. 97-105 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.wasman.2019.01.034>.
- [10] Pujara, Y., et al., *Review on Indian Municipal Solid Waste Management practices for reduction of environmental impacts to achieve sustainable development goals*. Journal of environmental management, 2019. 248: p. 109238 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jenvman.2019.07.009>.
- [11] Tsai, F.M., et al., *A causal municipal solid waste management model for sustainable cities in Vietnam under uncertainty: A comparison*. Resources, Conservation and Recycling, 2020. 154: p. 104599 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.resconrec.2019.104599>.
- [12] Yusuf, A.A., et al., *Municipality solid waste management system for Mukono District, Uganda*. Procedia Manufacturing, 2019. 35: p. 613-622 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.promfg.2019.06.003>.
- [13] Azevedo, B.D., L.F. Scavarda, and R.G.G. Caiado, *Urban solid waste management in developing countries from the sustainable supply chain management perspective: A case study of Brazil's largest slum*. Journal of cleaner production, 2019. 233: p. 1377-1386 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.jclepro.2019.06.162>.
- [14] Rendón, A.F.M., et al., *Valoración de los residuos sólidos de la Comuna Dos de Bello (Antioquia), como sistema alternativo de aprovechamiento*. Cuaderno Activa, 2018. 10: p. 67-86. Recuperado de <https://ojs.tdea.edu.co/index.php/cuadernoactiva/article/view/494>.
- [15] de S. Pereira, T. and G. Fernando, *Evaluation of solid waste management sustainability of a coastal municipality from northeastern Brazil*. Ocean & Coastal Management, 2019. 179: p. 104839 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ocecoaman.2019.104839>.
- [16] Yukalang, N., B. Clarke, and K. Ross, *Barriers to Effective Municipal Solid Waste Management in a Rapidly Urbanizing Area in Thailand*. Int J Environ Res Public Health, 2017. 14(9) DOI: 10.3390/ijerph14091013.
- [17] Reyna-Bensusan, N., D.C. Wilson, and S.R. Smith, *Uncontrolled burning of solid waste by households in Mexico is a significant contributor to climate change in the country*. Environmental Research, 2018. 163: p. 280-288 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envres.2018.01.042>.
- [18] Cheng, K., et al., *Understanding the emission pattern and source contribution of hazardous air pollutants from open burning of municipal solid waste in China*. Environmental Pollution, 2020. 263: p. 114417 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.envpol.2020.114417>.

- [19] Wang, Y., et al., *Atmospheric emissions of typical toxic heavy metals from open burning of municipal solid waste in China*. Atmospheric Environment, 2017. 152: p. 6-15 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.atmosenv.2016.12.017>.
- [20] Agrio, G.A.D.L., *Plan de Desarrollo y Ordenamiento Territorial*. 2015.
- [21] Cantanhede, Á., et al., *Procedimientos estadísticos para los estudios de caracterización de residuos sólidos*. Revista AIDIS de Ingeniería y Ciencias Ambientales: investigación, desarrollo y práctica, 2005. 1(1) DOI: <http://dx.doi.org/10.22201/iingen.0718378xe.2006.1.1.13553>.
- [22] Jarrín, G. and E. Matute, *Ecuador familia en cifras*. 2016, Loja: Universidaad Técnica Particular de Loja-UTPL.
- [23] Arias-Gutiérrez, R.I., A. Herrera Sorzano, and R. González Sousa, *Poblamiento indígena amazónico y desarrollo local en Pastaza, Ecuador*. Revista Novedades en Población, 2016. 12(23): p. 24-34. Recuperado de http://scielo.sld.cu/scielo.php?script=sci_abstract&pid=S1817-40782016000100003
- [24] Torres, B., et al., *Cambios en las estrategias de ingresos económicos a nivel de hogares rurales en el norte de la Amazonia Ecuatoriana*. Revista Amazónica Ciencia y Tecnología, 2014. 3(3): p. 221-257. Recuperado de <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=5225804>.
- [25] Censos, I.N.d.E.y., *Encuesta Nacional de Empleo, Desempleo y Subempleo (ENEMDU). Indicadores de Pobreza y Desigualdad, Diciembre 2019*. 2019.
- [26] Vélez, A.G., et al., *Propuesta de sistema de gestión de residuos sólidos domésticos en la comunidad Waorani Gareno de la Amazonia Ecuatoriana*. Revista Ciencia y Tecnología, 2019. 12(2): p. 33-45 DOI: <https://doi.org/10.18779/cyt.v12i2.324>.
- [27] Taboada-González, P., et al., *Manejo y potencial de recuperación de residuos sólidos en una comunidad rural de México*. Revista Internacional de Contaminación Ambiental, 2013. 29: p. 43-48. Recuperado de <https://www.revistascca.unam.mx/rica/index.php/rica/article/view/43517>.
- [28] Mezúa, L. and V.M. Domínguez, *Plan de manejo integral de residuos sólidos para la comunidad de Pijibasal, zona de amortiguamiento del Parque Nacional Darién, República de Panamá*. Revista de Iniciación Científica, 2016. 2(2): p. 46-55. Recuperado de <https://revistas.utp.ac.pa/index.php/ric/article/view/1247>.
- [29] Marañón M, (2015), *Modelo de gestión integral de los Residuos Sólidos Urbanos en la Cabecera Parroquial de Limoncocha*. (Tesis de pregrado de Ingeniería Ambiental) Universidad Internacional SEK. Quito.
- [30] Mora M (2016), *Diagnostico del Manejo Integral de Residuos Sólidos Urbanos de la Cabecera Parroquial de Limoncocha, Mediante Muestreos Realizados en la Población*. (Tesis de pregrado de Ingeniería Ambiental) Universidad Internacional SEK. Quito.
- [31] Quillos Ruiz, S.A., et al., *Residuos sólidos domiciliarios: Caracterización y estimación energética para la ciudad de Chimbote*. Revista de la Sociedad Química del Perú, 2018. 84(3): p. 322-335. Recuperado de http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1810-634X2018000300006.
- [32] Bernardes, C. and W.M.R. Günther, *Generation of domestic solid waste in rural areas: case study of remote communities in the Brazilian Amazon*. Human ecology, 2014. 42(4): p. 617-623 DOI: <https://doi.org/10.1007/s10745-014-9679-z>.
- [33] Oviedo, J., et al. *Valorización energética de los RSU de la parroquia Limoncocha-reserva biológica ecuador. 2015-2016. VII Simposio de Iberoamericano en Ingeniería de Residuos*. 13-14 de julio de 2017. Santander, España. 745-750.
- [34] Peña, E., et al., *Manual para la producción de abonos orgánicos en la agricultura urbana*. La Habana, Cuba. INIFAT, 2002. Recuperado de http://redmujeres.org/wp-content/uploads/2019/01/manual_abonos_agricultura_urbana.pdf
- [35] Hargreaves, J.C., M.S. Adl, and P.R. Warman, *A review of the use of composted municipal solid waste in agriculture*. Agriculture, Ecosystems & Environment, 2008. 123(1): p. 1-14 DOI: <https://doi.org/10.1016/j.agee.2007.07.004>.
- [36] Julca-Otiniano, A., et al., *La materia orgánica, importancia y experiencia de su uso en la agricultura*. Idesia (Arica), 2006. 24(1): p. 49-61 DOI: <http://dx.doi.org/10.4067/S0718-34292006000100009>.
- [37] Román, P., M.M. Martínez, and A. Pantoja, *Manual de compostaje del agricultor: Experiencias en América Latina*. 2013, FAO. Recuperado de <http://www.fao.org/documents/card/es/c/1cea1861-e379-57f9-988e-93be04982954/>.

Proceso editorial

Por favor, revise estas directrices para preparar su manuscrito, pues todos los manuscritos enviados a la revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías deben cumplirlas. Estas directrices le ayudarán a estar seguro que su manuscrito está completo y que el proceso editorial se conducirá lo más ágil posible.

Asegúrese de revisar el Enfoque y Alcance de ACI Avances en Ciencias e Ingenierías así como nuestros Criterios de Publicación para conocer lo que publicamos.

Lea nuestras Políticas Editoriales, incluyendo las Políticas de Sección, Proceso de Evaluación por Pares, Frecuencia de Publicación, Política de Acceso Abierto, y Requisitos de Autoría.

Todos los autores deben cumplir con los requerimientos de autoría establecidos de la política de Requisitos de Autoría de ACI Avances en Ciencias e Ingenierías. Aquellos que hayan contribuido al trabajo pero que no cumplan estos requisitos puede ser mencionados en los Agradecimientos.

El Autor para correspondencia debe ingresar su identificador único ORCID al momento del envío del manuscrito (óptimamente, todos los doctores del manuscrito deberían contar su propio ORCID). +Info sobre ORCID.

Los nombres de los autores se publicarán exactamente como aparecen en el manuscrito. Por favor revise la información con cuidado para asegurarse de que es correcta.

ACI Avances en Ciencias e Ingenierías recibe manuscritos que presentan información original y la evaluación de los manuscritos se realiza a través de un proceso de revisión por pares (peer-reviewed) que toma en consideración una determinación objetiva de la robustez científica y metodológica, no en factores subjetivos como “impacto” o “interés”.

Revisar los criterios de publicación de la revista y nuestras políticas del proceso de evaluación por pares en el siguiente enlace: <http://revistas.usfq.edu.ec/index.php/avances/about/editorialPolicies>

Para la organización de los artículos y comunicaciones, la revista se divide internamente en tres secciones:

Sección A: Ciencias Exactas y Físicas

Sección B: Ciencias Biológicas y Ambientales

Sección C: Ingenierías.

ACI Avances en Ciencias e Ingenierías se adhiere a los lineamientos de autoría de la ICMJE. Revisa más detalles sobre los requisitos de autoría en el siguiente enlace: <http://revistas.usfq.edu.ec/index.php/avances/about/editorialPolicies>

DIRECTRICES PARA AUTORES/AS

Por favor, revise estas directrices para preparar su manuscrito, pues todos los manuscritos enviados a la revista **ACI Avances en Ciencias e Ingenierías** deben cumplirlas. Estas directrices le ayudarán a estar seguro que su manuscrito está completo y que el proceso editorial se conducirá lo más ágil posible. Asegúrese de revisar el Enfoque y Alcance de ACI Avances en Ciencias e Ingenierías así como nuestros Criterios de Publicación, nuestras Políticas Editoriales, incluyendo las Políticas de Sección, Proceso de Evaluación por Pares, Frecuencia de Publicación, Política de Acceso Abierto, y Requisitos de Autoría en el siguiente enlace: <http://revistas.usfq.edu.ec/index.php/avances/about>

La revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías publica contribuciones en español e inglés, todas son sujetas a un proceso de revisión por pares, y se pueden enmarcar en una de las siguientes categorías:

Artículo: Un manuscrito que reporta conclusiones substanciales para el entendimiento de un problema, debiendo ser actualizado y exhaustivo en sus análisis y conclusiones, e incluir el conjunto completo de datos empíricos que soportan las ideas expuestas (se incluyen revisiones sistemáticas de la literatura y meta-análisis). Estos manuscritos usualmente tienen más de 2000 palabras y no hay límite máximo de palabras, figuras o tablas. Estos manuscritos deben tener divisiones con subtítulos (ver sección Organización del manuscrito).

Comunicación: Corresponde a un reporte conciso de un tema de investigación específico destinado a la presentación rápida de resultados novedosos pero de interés puntual. El tipo de información reportada es flexible, y puede incluir manuscritos que prueban nuevas metodologías, que describen observaciones de historia natural, o que presentan datos empíricos puntuales y novedosos. Estos manuscritos usualmente tienen menos de 2000 palabras y pueden incluir máximo tres tablas y tres figuras. El texto de estos manuscritos no tiene divisiones (ver sección Organización del manuscrito).

Ciertos manuscritos podrían ser reclasificados entre Artículos y Comunicaciones a discreción de los Editores de la revista y con el permiso del autor.

Revisión de Libro: Corresponde a una crítica objetiva que analiza el contenido y estilo de un libro recientemente publicado y de relevancia dentro del enfoque de la revista. Cada revisión resume, evalúa y discute el contenido del libro a la luz de las necesidades actuales de la comunidad científica. No se incluyen datos originales o sin publicar. Las revisiones son solicitadas por invitación de los

Editores de la revista y tienen máximo 1500 palabras. Si está interesado en realizar una revisión o en sugerir un libro para revisión, por favor póngase en contacto con la revista: avances@usfq.edu.ec

Números especiales: La revista publicará números especiales sobre un tema específico o en honor a un académico (Festschrift). Cada número especial será coordinado por un Editor Invitado, quien trabajará junto a los Editores de la revista. Personas interesadas en liderar un número especial deben enviar su propuesta al Editor en Jefe de la revista. Todos los manuscritos aprobados del número especial serán publicados en versión digital y, dependiendo de la cantidad se imprimirán como parte del siguiente número de la revista o como un número impreso por separado.

PREPARACIÓN DEL MANUSCRITO

Formato de archivo. Para el envío inicial, los manuscritos pueden estar en cualquiera de los siguientes formatos: DOC, DOCX, RTF, o PDF.

Si utiliza Mendeley u otro paquete para sus referencias, debe transformar los campos de Mendeley en texto simple.

Se recomienda que los manuscritos que contengan ecuaciones sean producidos en LaTeX. Manuscritos producidos en LaTeX deben ser enviados en formato PDF (si el manuscrito es aceptado, se le solicitará el archivo *.TEX).

Tipo de letra. Times de 12 puntos

Los encabezados deben ir en mayúsculas y centrados (aquellos descritos en la sección Organización del manuscrito).

En caso de incluir subtítulos adicionales a los encabezados, se los colocará en negrillas y con estilo de oración (primera letra en mayúscula y el resto en minúsculas).

El resto del texto no debe tener ningún tipo de formato adicional, excepto colocar palabras en negrillas y en cursiva. No usar tabulaciones, diferentes tamaños de letra, numeración o estilos para subtítulos, etc.

Diseño de página. Alineación a la izquierda (no justificado), textos a espacio seguido, hojas tamaño A4, márgenes de 2,5 cm a cada lado.

Encabezados. Los encabezados principales se especifican en la sección Organización del manuscrito. Adicionalmente puede haber hasta dos niveles más de subtítulos.

Números de página. Todas las páginas deben estar numeradas de manera secuencial en la esquina inferior derecha.

Notas al pie. No se debe colocar notas al pie, pues toda la información debe estar en el texto principal o en las referencias.

Abreviaciones. Defina las abreviaciones en la primera vez que las usa en el texto (incl. acrónimos, acortamientos, abreviaturas, y siglas).

Mantenga al mínimo el número de abreviaciones. No utilice abreviaciones no estandarizadas al menos que las utilice más de tres veces en el texto.

Formato de referencias. Siga el estilo APA (6a edición). Revise las directrices para citas y referencias.

Ecuaciones. Manuscritos que contengan ecuaciones se recomienda sean producidos con LaTeX.

Utilizar MathType para generar y desplegar ecuaciones, caso contrario también es adecuado Equation Editor.

Numere las ecuaciones al lado derecho entre paréntesis. Por ejemplo: $\Delta t = \Delta t_1 + \Delta t_2 + \Delta t_3$ (1)

No utilice MathType o Equation Editor para colocar signos de variables, símbolos griegos, u operadores matemáticos en el texto general del manuscrito. En estos casos, inserte los símbolos como texto normal con los valores Unicode (hex) correctos.

Lenguaje. Escriba el texto y las leyendas de tablas y figuras de manera clara y sin ambigüedades, enfocado en una audiencia internacional. Siga las normas de escritura académica establecidas en el campo al cual corresponde el manuscrito.

Manuscritos en Inglés pueden usar Inglés Americano o Inglés Británico pero de manera consistente.

Manuscritos en Español deben seguir las recomendaciones de la Real Academia de la Lengua Española (con excepción del uso de tilde en "et al.").

Medidas, fechas y hora. Use el Sistema Internacional de Unidades. Puede usar unidades específicas a la disciplina que no son SI solo cuando estas han sido ampliamente adoptadas en dicho campo científico. Coloque un espacio entre el número y el símbolo de la unidad, no coloque un punto al final del símbolo de la unidad, ejemplo: 4 km

Las fechas deben indicarse como Día Mes Año. No abrevie el mes. Ejemplo: 12 de febrero 2015, 14 January 2013

La hora debe seguir el formato de 24 horas, ejemplo: 13h00

Numeración y porcentajes. Escribir los números del 1 al 9 en palabras, a menos que sean unidades.

No incluya un espacio entre el valor y el símbolo de porcentaje, ejemplo: 45%

Coordenadas geográficas. Expresé las coordenadas geográficas en grados decimales. No reporte coordenadas en grados-minutos-segundos o en UTM. Incluya el sistema de referencia geodésico.

Use N/S para denotar latitud y E/W para denotar longitud, independiente el idioma del manuscrito.

Nomenclatura

Nombres científicos de especies se escriben en cursiva. Escriba el género y la especie de manera completa en el título del manuscrito y la primera vez que mencione al organismo en el texto, abstract, resumen, y leyendas de tablas y figuras. Así mismo, escriba el género completo cada vez que lo mencione por primera ocasión en un párrafo o cuando inicie una oración. Luego de la primera mención en el párrafo se puede abreviar género utilizando sólo la primera letra.

Genes, mutaciones, genotipos o alelos se escriben en cursiva. Utilice el nombre recomendado consultando la base de datos apropiada de nomenclatura genética. Usualmente es recomendable indicar los sinónimos para el gen la primera vez que aparece en el texto. Los prefijos de genes tales como los usados para oncogenes o la localización celular deben mostrarse en caracteres de tipo romano (e.g., v-fes, c-MYC).

Compuestos químicos deben tener un nombre sistemático correcto, siguiendo los convenios de la Unión Internacional de Química Pura y Aplicada (IUPAC). Una vez que se ha proporcionado el nombre sistemático, es aceptable definir un nombre común o un acrónimo y para esto ser utilizado para el resto del texto, tablas y figuras. Los nombres generados por ChemDraw u otro software a partir de fórmulas gráficas introducidas deben ser verificados para guiones adicionales y otras desviaciones de las convenciones de la IUPAC. Los nombres sistemáticos o genéricos deben usarse para productos comerciales en lugar de nombres patentados o de marca registrada.

Sustancias farmacéuticas deben mencionarse bajo la Denominación Común Internacional (DCI, o INN International Nonproprietary Name)

Evidencia en estudios biológicos. Si su manuscrito utiliza datos de organismos biológicos, se debe declarar explícitamente la disponibilidad de la evidencia bajo una de las siguientes opciones:

Especímenes voucher depositados en colecciones científicas abiertas al público (es necesario indicar el nombre de la colección y los números de catálogo de los especímenes).

Secuencias de aminoácidos o genes depositadas en GenBank o un repositorio equivalente (indicando el nombre del repositorio y los códigos de acceso).

Fotografías, grabaciones de audio o vídeo enviadas como parte de las figuras o como material suplementario del manuscrito.

Fotografías, grabaciones de audio o vídeo que han sido depositadas en un repositorio institucional o público (por ejemplo, Macaulay Library, o xeno-canto), para las cuales es necesario indicar el nombre del repositorio y citar el registro usando el formato de citación APA para recursos electrónicos e incluirlo en la sección de Referencias.

La colección de datos de organismos biológicos debe realizarse de acuerdo a la legislación nacional e internacional vigente. Es imprescindible que los permisos de investigación y colección otorgados por las autoridades competentes se indiquen en la sección de Agradecimientos del manuscrito.

Datos y códigos. Si su manuscrito se basa en análisis de datos sin procesar (raw data) o códigos, estos deben estar a disposición de los revisores. Por favor, envíelos por una de las siguientes vías:

- Como enlaces a un repositorio donde los datos son accesibles y citados en el manuscrito. Este repositorio puede ser institucional, comercial o de acceso abierto (por ejemplo, figshare o Dryad)
- Como archivos de Material Suplementario.

Si el manuscrito es aceptado, los datos deberán hacerse públicos de tal forma que los datos estén disponibles públicamente para todos los investigadores interesados.

Sin embargo, entendemos que pueden haber restricciones éticas y legales que prohíban la apertura de los datos, por lo que cuando exista legislación o marcos éticos locales que llamen a evitar o limitar la liberación de datos, los autores deben dejar estas limitaciones claras al momento del envío de su manuscrito (en la sección de Comentarios para el editor/a).

Posibles excepciones a la disponibilidad de datos públicos incluyen: datos que no pueden ponerse a disposición del público pues comprometería la confidencialidad o la privacidad del participante; o datos que de ponerse a disposición pública podrían presentar alguna amenaza, como revelar las ubicaciones de depósitos fósiles, especies en peligro de extinción, etc.

Si los datos sin procesar o los códigos pertenecen a terceros y Ud. no tiene permiso para publicarlos, debe presentar la fuente y la verificación del permiso de uso de los datos así como la Información de contacto donde un investigador interesado tendría que aplicar para obtener acceso a los datos pertinentes, en la sección Materiales y Métodos. Sin embargo, tenga en cuenta que los autores son responsables de asegurarse de que los datos estarán disponibles a partir de la publicación, de la misma manera que los autores obtuvieron los datos.

ORGANIZACIÓN DEL MANUSCRITO

1. La primera página del manuscrito debe incluir las siguientes partes, cada una separada por una línea:

- **Título del artículo:** En negrillas, con máximo 300 caracteres, debe ser específico, descriptivo, conciso y comprensible para los lectores fuera del campo. Sólo la primera palabra y los nombres propios empiezan con mayúsculas. Puede dividirse en título y subtítulo, separados por el signo de puntuación dos puntos (:). Para revisiones sistemáticas o meta-análisis, el subtítulo debe incluir el diseño del estudio.
- **Título abreviado:** En negrillas, con máximo 100 caracteres, describe el tópico de estudio. Sólo la primera palabra y los nombres propios empiezan con mayúsculas.
- **Nombres de los Autores:** Presente los nombres de los autores tanto en la primera página del manuscrito como en la plataforma de la revista. Para cada autor debe incluir el primer nombre, el segundo nombre (o su inicial, si la usa) y los apellidos. Los autores se separan entre sí por comas (no colocar y, and, &).

- **Afiliaciones:** Cada autor de la lista debe tener una afiliación. La afiliación debe incluir al menos el nombre de la organización o universidad y su ubicación. Las afiliaciones se asociarán con los autores por medio de superíndices numéricos. Múltiples afiliaciones por autor se separarán en líneas diferentes y con superíndices propios. Se marcará al autor responsable del manuscrito con un asterisco junto a los superíndices, asociado con la frase "Autor para Correspondencia / Corresponding Author, e-mail:" seguido por el correo electrónico. Si todos los autores comparten la misma afiliación o si hay un solo autor no usar superíndices numéricos. Si hay un solo autor, no incluir la frase "Autor Principal / Corresponding Author"
 - **Título en idioma alternativo:** Si su manuscrito es en Español, el título alternativo es la traducción en Inglés, y viceversa.
 - **Abstract:** En Inglés, redactado como un párrafo continuo de máximo 400 palabras. Detalla brevemente los principales objetivos del estudio; explica cómo se realizó el estudio, incluyendo cualquier organismo modelo utilizado, pero sin entrar en detalles metodológicos; resume los resultados más importantes y su significado. No debe incluir citas bibliográficas ni abreviaciones y no debe estar separado en párrafos.
 - **Key words:** Máximo 10 palabras o grupos de palabras en Inglés. Deben ser diferentes a lo que aparece en el título del manuscrito.
 - **Resumen:** Es la traducción al Español del Abstract, y tiene sus mismas características.
 - **Palabras clave:** Máximo 10 palabras o grupos de palabras en Español. Deben ser diferentes a lo que aparece en el título del manuscrito.
 - Se puede incluir un tercer resumen en Portugués, Francés, Italiano, Alemán u otra lengua, si lo considera necesario.
2. Desde la siguiente página se presentarán el texto organizado por encabezados, luego las tablas y las figuras del manuscrito. La organización dependerá del tipo de contribución. Se sugiere usar una organización según el método científico, por ejemplo:

Organización de un manuscrito sometido como	Organización de un manuscrito sometido como
Artículo	Comunicación
Introducción	Texto (sin divisiones)
Materiales y métodos	Agradecimientos
Resultados	Referencias
Discusión	Contribuciones de los autores
Agradecimientos	Tablas
Referencias	Figuras
Contribuciones de los autores	
Tablas	
Figuras	

Otras secciones pueden ser: revisión de literatura, conclusiones, recomendaciones. La estructura del artículo será revisado por y evaluado el/los editor(es) y los revisores.

3. En los **Agradecimientos** se incluye:

- Declaración explícita de las fuentes de financiamiento que permitieron el desarrollo del trabajo.
- Los detalles de los permisos o autorizaciones para el desarrollo de la investigación y las instituciones que los emitieron.
- Aquellos que hayan contribuido al trabajo pero que no cumplan con los requisitos de autoría pueden ser mencionados en los Agradecimientos con una descripción de sus contribuciones.
- Los autores son responsables de asegurarse que toda persona nombrada en los agradecimientos está de acuerdo con eso.

4. La sección de **Contribuciones de los Autores** es necesaria cuando hay más de un autor. Se debe describir la contribución de cada uno de los autores para el desarrollo del artículo de manera explícita pero sucinta. La contribución puede ser:

- concepción de la investigación;
- diseño de la metodología;
- curación de datos para la investigación;
- administración del proyecto;
- adquisición, análisis o interpretación de los datos, incluyendo las labores de campo, laboratorio, experimentales, estadísticas, o el soporte técnico;
- adquisición de fondos;
- provisión de recursos, incl. equipos, materiales, reactivos, entre otros;
- desarrollo de software;
- supervisión o tutoría;
- validación y verificación de los resultados;
- redacción del manuscrito;
- revisión crítica del contenido intelectual del manuscrito;
- producción de tablas, figuras o material complementario.

Ejemplo:

María Álvarez y Pedro Pérez concibieron la investigación; Juan Norton y María Álvarez desarrollaron la metodología y realizaron

el trabajo de campo; Juan Norton, Jonathan Castro y Pedro Pérez diseñaron el modelo y corrieron los análisis; Jonathan Castro y María Álvarez realizaron los análisis moleculares; Pedro Pérez proveyó reactivos; Juan Norton y Jonathan Castro redactaron el manuscrito; Juan Norton, Jonathan Castro, Pedro Pérez, María Álvarez y Pedro Pérez revisaron críticamente el contenido intelectual del manuscrito; Juan Norton tomó las fotografías de las figuras 1 y 3. Recuerde que la autoría del manuscrito debe seguir los lineamientos de autoría de la ICMJE.

DIRECTRICES PARA REFERENCIAS

- En el texto, usar citas numeradas colocadas al final de la oración entre corchetes. Los números de citas diferentes deben separarse por comas, a menos que sea un rango continuo de citas en cuyo caso se usará un guion. Ejemplos: [10] [10,15,22] [12-20].
- Numerar las citas secuencialmente según aparecen en el texto (NO en orden alfabético de las referencias).
- Citar los trabajos sin publicar, en preparación o en proceso de revisión como “(datos sin publicar)”, precedido por las iniciales y apellido del autor. Por ejemplo: A. Suárez (datos sin publicar)
- Se debe evitar las citas de información proveniente de correos electrónicos, cartas o documentos enviados entre colaboradores, pero si es absolutamente necesario, se deben referir como “com. pers.” cuando corresponden a comentarios sin respaldo de correspondencia, y como “in litt.” cuando hubo correspondencia escrita. En ambos casos, precedidos por las iniciales y apellido del colaborador y seguida del año. Por ejemplo: (J. Muñoz in litt. 2009) (J. Muñoz com. pers. 2010)
- Subtitular la lista de referencias como Referencias (no Bibliografía o Literatura Citada).
- Ordenar la lista de Referencias de acuerdo al orden secuencial que aparecen en el texto del manuscrito (NO en orden alfabético).
- El formato de las referencias debe seguir el estilo APA (6a Edición). Este estilo arma cada referencia con los siguientes componentes generales:
- Autores. (Año). Título de la obra. Datos de publicación.
- Ejemplos:

Artículo en revista impresa:

Andersson, L. G. (1945). Batrachians from East Ecuador, collected 1937, 1938 by Wm. Clarke-Macintyre and Rolf Blomberg. *Arkiv för Zoologi (Stockholm)*, 37A(2), 1–88.

Artículo en revista con URL:

Ahlman, R. (2016). Green-winged Teal *Anas crecca carolinensis*, first record for Ecuador. *Cotinga*, 38, 40. Recuperado de <http://www.neotropicalbirdclub.org/wpcontent/downloads/C38online/Ahlman.pdf>

Artículo en revista con DOI:

Jacobsen, D., Schultz, R., & Encalada, A. (1997). Structure and diversity of stream invertebrate assemblages: the influence of temperature with altitude and latitude. *Freshwater Biology*, 38(2), 247–261. doi: <http://www.dx.doi.org/10.1046/j.1365-2427.1997.00210.x>

Libro impreso:

Diamond, J. (2006). *The Third Chimpanzee: The evolution and future of the human animal*. New York: Harper Perennial.

Libro con URL:

Suber, P. (2102). Open Access. The MIT Press Essential Knowledge Series. Cambridge: The MIT Press. Recuperado de <http://bit.ly/oa-book>

Libro con editores con DOI:

Walsh, S. J., & Mena, C. F. (Eds.). (2012). *Science and conservation in the Galapagos Islands: frameworks & perspectives*. Vol. 1. New York: Springer Science & Business Media. doi: <http://dx.doi.org/10.1007/978-1-4614-5794-7>

Capítulo de un libro impreso:

Minogue, K. (2014). Does the idea of “self-interest” explain the character of modern free societies? En P. Lucio Paredes & S. Oleas (Eds.), *The Complexity of Liberty: Selected essays from the Mont Pelerin Society Special Meeting in Galápagos June 2013*. Quito: Universidad San Francisco de Quito.

Capítulo de un libro con DOI:

Maldonado, M., Maldonado-Ocampo, J. A., Ortega, H., Encalada, A. C., Carvajal-Vallejos, F. M., Rivadeneira, J. F., Acosta, F., Jacobsen, D., Crespo, A. & Rivera-Rondón, C. A. (2011). Biodiversity in aquatic systems of the Tropical Andes. En S. K. Herzog, R. Martinez, P. M. Jorgensen, & H. Tiessen (Eds.), *Climate change and biodiversity in the tropical Andes* (pp. 276–294). Paris/São José dos Campos: Inter-American Institute for Global Change Research (IAI) and Scientific Committee on Problems of the Environment (SCOPE). Recuperado de <http://www.iai.int/wp-content/uploads/2014/06/book.pdf>

Disertación:

Brandt, M. (2003). Influencia del erizo lapicero (*Euclidaris thouarsii*) en la estructura de la comunidad submarina de la cara norte del Isote Caamaño, Galápagos (Tesis de Licenciatura). Universidad San Francisco de Quito USFQ, Quito.

Enciclopedia en línea (cita global de toda la enciclopedia):

Frost, D. R. (2016). *Amphibian Species of the World: an Online Reference (Version 6.0)*. American Museum of Natural History. Recuperado el 5 de febrero de 2017 de <http://research.amnh.org/herpetology/amphibia/index.html>

Ficha en enciclopedia en línea con URL:

Frost, D. R. (2016) *Nymphargus buenaventura* (Cisneros-Heredia and Yáñez-Muñoz, 2007). En *Amphibian Species of the World: an Online Reference (Version 6.0)*. American Museum of Natural History. Recuperado el 5 de febrero de 2017 de <https://web.archive.org/web/20170206001235/http://research.amnh.org/vz/herpetology/amphibia/Amphibia/Anura/Centrolenidae/Centroleninae/Nymphargus/Nymphargus-buenaventura>

Noticia en periódico en línea:

En el limbo futuro de telescopio en Arecibo (2017, enero 30). *El Universo*. Recuperado de <https://web.archive.org/web/20170206002227/http://www.eluniverso.com/vida-estilo/2017/01/30/nota/6023449/limbo-futuro-telescopio-arecibo>

- Separar cada autor con una coma, y colocar “&” antes del último autor. Las iniciales de los nombres de los autores van después de los apellidos. Indicar todos los autores y no usar et al.
- Incluir el número de la revista entre paréntesis luego del volumen, si está disponible.
- Separar el rango de páginas por un guion n (–). No confundir esto con un guion simple (-).
- Colocar el DOI (Digital Object Identifier) en todas las referencias que lo tengan disponible, precedido por “doi:”. El DOI debe estar en formato de enlace largo: <http://doi.org/xxx.xxx.xxx>
- No colocar un punto después del DOI .
- Si un DOI no está disponible (debe hacer una búsqueda exhaustiva), colocar un enlace estable hacia el sitio web de la revista (por ejemplo, el enlace estable de JSTOR) o un repositorio institucional (por ejemplo, Archive.org), con el texto “Recuperado de”. No colocar enlaces a páginas web personales, servicios no-permanentes de carga/descarga de archivos.
- Para incluir la dirección de Internet o URL de una página que podría cambiar en el futuro debe primero respaldar dicho URL en un archivo digital que resguarden dicha referencia para el futuro. Para esto puede usar Wayback Machine de Internet Archive <https://archive.org/web/> o el sistema archive.is <http://archive.is>. Esto debe ser hecho en particular para páginas que provienen de enciclopedias en línea, periódico de noticias, páginas personales o institucionales.
- Cuando se hace referencia a publicaciones en línea que tienen fechas específicas (como los blogs), se debe colocar (Año, Mes día) y no solo el año.
- Colocar Anónimo cuando no exista un autor determinado.
- Colocar n/f cuando no se conozca el año de publicación.
- Citar manuscritos aceptados para publicación como “in press” solamente si ya tiene la información de publicación del artículo (número de la revista y páginas). Artículos que no tengan esta información son considerados aceptados, pero no en prensa y serán citados como “datos en proceso de publicación” dentro del texto, pero no se incluirán en las Referencias Bibliográficas.
- No se aceptará literatura gris entre las referencias bibliográficas. La literatura gris corresponde a documentos que no están disponibles por canales bibliográficos regulares (como bibliotecas o bases de datos en línea), y usualmente corresponde a reportes técnicos, informes y otros trabajos sin publicar. De ser en extremo necesario, su uso será autorizado por el Editor del manuscrito. Sin embargo, es preferible considerar la opción de colocar esa información como “datos sin publicar” o “comunicación personal”. De ser aprobada su inclusión como referencia, una copia del documento de literatura gris debe ser depositada en la Biblioteca de la USFQ.

DIRECTRICES PARA TABLAS

- Citar tablas en el texto con numerales arábigos en el orden que aparecen. Ejemplos: “Tabla 1” “Tablas 1–3”
- Colocar las tablas luego del texto, cada una iniciará en su propia página.
- Las tablas deben alcanzar en una hoja A4 con márgenes de 2,5 cm, pudiendo esta orientarse de manera vertical y horizontal, según sea mejor para la apariencia de la tabla.
- Cada tabla debe tener su propia leyenda explicativa, la cual debe ser comprensible sin hacer referencia al texto y será colocada antes de la tabla. Cada leyenda empezará con el número de la tabla. Ejemplo:

TABLA 1. Comparación de los efectos...

- Incluir unidades en los encabezados de columnas y filas entre paréntesis.
- De ser necesarias, colocar notas al pie de la tabla enlazadas con los siguientes símbolos en el mismo orden: *, †, ‡, §, ¶. Sin embargo, es preferible colocar cualquier aspecto importante como parte de la leyenda.

DIRECTRICES PARA FIGURAS

- Avances en Ciencias e Ingenierías publica sin costo figuras a color, siempre y cuando se relacionen directamente con el manuscrito.
- El término Figura hace referencia a todo tipo de imágenes, incluyendo gráficos, dibujos, fotografías y mapas.
- Citar figuras en el texto con numerales arábigos en el orden que aparecen usando la abreviatura “Fig”. Ejemplo: “Figs. 1–3”

- En el envío inicial, las figuras deben ir en baja resolución, siempre que sean legibles, e incluidas en el archivo de texto del manuscrito, luego de las tablas. Sin embargo, una vez aceptado el manuscrito, las figuras deben ser enviadas en resolución alta (mínimo 300 dpi, recomendable 600 dpi) en uno de los siguientes formatos: *.tiff, *.eps, *.emf, *.bmp, como documentos separados del archivo de texto.

- Cada figura irá en su propia página y precedida por su leyenda. La leyenda será autoexplicativa, debiendo ser comprensible sin hacer referencia al texto y será colocada antes de la figura. Cada leyenda empezará con el número de la figura. Ejemplo:

FIGURA 1. Mapa de la región...

- Figuras dibujadas con líneas (line artwork) se preparan mejor en programas gráficos basados en vectores (e.g. Corel Draw, Illustrator, Freehand, Inkscape, ArcView). Por lo que es recomendable presentarlas en formato EPS. No use líneas de un ancho menor a 0.3 puntos.
- Las fotografías en blanco y negro, fotografías a color y mapas y gráficos realizados en programas basados en raster (e.g. Photoshop, Gimp) es recomendable que sean enviadas en formato *.tiff. Para archivos *.tiff, note que la resolución es irrelevante, es importante el tamaño en pixeles, por lo que recomendamos un tamaño mínimo de 1000 pixeles.
- Todo manuscrito que incluya un sitio de estudio debe incluir un mapa del mismo. Dicha figura debe: (1) ir rodeada de un borde con líneas delgadas, (2) estar geográficamente referenciado con algunas marcas de latitud y longitud y con un pequeño mapa insertado que indique la localización general, (3) tener una barra de escala en km, (4) tener una flecha que indique el Norte (no usar una rosa de los vientos), y (5) tener líneas de referencia como límites de países, carreteras, ríos o elevaciones, extendiéndose hasta el borde.
- Para todas las figuras use líneas con un grosor entre 0.3-1.0 puntos y tamaños de letra de 12 puntos.
- Todas las letras y textos usados dentro de las figuras deben ir en Times.
- Si es que desea agregar varias imágenes como una sola figura compuesta o crear una lámina con varias imágenes que ocupe toda una página, no se preocupe por el diseño de la misma. En el primer envío del manuscrito no debe armar dicha figura, sino que debe colocar la leyenda de la figura y luego pegar cada imagen separada. Cada imagen debe tener su propia denominación a través de literales en mayúsculas (ej. A) colocados en la esquina inferior derecha de cada imagen. Cuando el manuscrito avance en el proceso de publicación, el equipo de diseño de la revista se ocupará de armar y diseñar sus imágenes compuestas o láminas.
- Recuerde que las figuras serán ajustadas al tamaño de una o dos columnas en una página A4, por lo que todos los elementos de la imagen deben ser lo suficientemente grandes para ser legibles después de la reducción de tamaño, en especial los textos internos y las líneas.
- Eliminar espacios blancos o vacíos innecesarios alrededor de las figuras.
- Incluir los créditos respectivos de la figura en la leyenda. Recuerde que es responsabilidad del autor tener los permisos necesarios para poder reproducir la figura bajo la Licencia Creative Commons de la revista.
- Si usa un mapa como una figura, debe citar la fuente del mapa. De ser posible, use mapas que sean de uso público o que permitan su uso irrestricto. Si usa Google Earth o Google Maps, debe seguir los lineamientos de atribución de Google.

DIRECTRICES PARA MATERIAL SUPLEMENTARIO

- Los autores pueden publicar material suplementario junto a su manuscrito. Este material corresponde a información que complementa o provee soporte al manuscrito publicado y que se podrá descargar como archivos independientes.
- Diferentes tipos de información pueden ser incluidos como material suplementario: textos extensos sobre metodologías, bases de datos, archivos de video, de audio, fotográficos y otros respaldos audiovisuales, entre otros.
- Los Materiales Suplementarios reemplazan a los Apéndices.
- Estos materiales serán citados al final del manuscrito con enlaces al portal de la revista donde estarán a disposición del público de manera gratuita.
- Si el material suplementario está compuesto por texto, debe ser presentado con el mismo formato general requerido para el manuscrito.
- De ser necesario, citar archivos de Material Suplementario en el texto siguiente el siguiente formato: Fig. S1, Tabla S1, Datos S1, Vídeos S1, Artículo S1, Audio S1. Donde la S indica que es material suplementario, y el número indica la secuencia numérica de dicho material.
- Para maximizar compatibilidad, sugerimos que envíe su Material Suplementario en los siguientes formatos: Imágenes en JPG, EPS o PNG; tablas en XLS o XLSX; textos en PDF; videos en AVI, MOV o MP4, y archivos de audio en WAV o MP3.
- Sets grandes de datos suplementarios se pueden presentar en formato comprimido (zip o tar).

DIRECTRICES SOBRE NOMENCLATURA BIOLÓGICA Y DESCRIPCIÓN DE NUEVAS ESPECIES

- ACI Avances en Ciencias e Ingenierías cumple con los requisitos establecidos por los diferentes códigos de nomenclatura sobre la validez para la descripción de nuevas especies y la disponibilidad de los artículos en línea como trabajos publicados, incluyendo

el International Code of Zoological Nomenclature y el International Code of Nomenclature for algae, fungi, and plants.

- La revista se encargará de obtener los registros y el GUID (LSID) en Zoobank, IPNI y Mycobanl o Index Fungorum.
- Todos los artículos y comunicaciones de ACI Avances en Ciencias e Ingenierías están siendo depositados en Internet Archive Archive.org y en el repositorio USFQ.
- Los autores deben adherirse a los lineamientos establecidos por los códigos internacionales de nomenclatura respectiva al organismo tratado.
- Las descripciones de especies nuevas de seres vivos o los análisis taxonómicos deben seguir lo establecido en el respectivo código de nomenclatura.
- Cuando un taxón biológico es mencionado por primera vez, se debe escribir su nombre común (como nombre propio) seguido por su nombre científico en cursiva, por ejemplo: Oso de Anteojos *Tremarctos ornatus*. No colocar el nombre científico o el nombre común entre paréntesis. Más adelante en el manuscrito se puede usar solamente el nombre científico o el nombre común.
- Si el manuscrito corresponde a un análisis taxonómico o si existe controversia en relación a la nomenclatura del organismo estudiado, presentar el nombre del taxón seguido por los datos de autoría taxonómica al mencionarlo por primera. Los datos de autoría taxonómica de nombres zoológicos son los apellidos de los descriptores y el año de descripción, separados por una coma, ejemplo: *Grallaria ridgelyi* Krabbe et al., 1999. La autoría taxonómica de nombres botánicos debe seguir lo especificado en The International Plant Names Index. Colocar la autoría taxonómica entre paréntesis solo si existió un cambio a nivel del género. Cuando hay tres o más descriptores utilizar "et al." sin cursivas.

ENVÍO DEL MANUSCRITO

1. Todos los manuscritos sometidos a la revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías deben ser enviados a través del portal en línea. En la sección Envíos en Línea podrán registrarse y crear un Nuevo Envío.
2. Si manuscrito tiene más de un autor, por favor incluya la información de todos los autores en el sistema (incluyendo sus correos electrónicos).
3. Al momento de someter su manuscrito, debe indicar el nombre, institución y correo electrónico de por lo menos cuatro posibles revisores que podrían hacer la evaluación de pares académicos de su manuscrito. Estas personas deben ser capaces de proveer una evaluación objetiva de su manuscrito, por lo que no pueden pertenecer a la institución de ninguno de los autores, ni estar involucrados en el estudio de manera directa o indirecta. El equipo editorial de la revista se reserva el derecho de seleccionar a los revisores sugeridos al momento del envío del manuscrito o de buscar a otros revisores.
4. Para el envío inicial, el manuscrito debe consistir de un solo archivo que incluya: el texto, las tablas y figuras. Las tablas y las figuras deben ir luego del texto (no intercaladas en el texto). Cada tabla y figura irá en su propia página y estará precedida por su leyenda. En caso de enviar Material Suplementario, deberá ser enviado como archivos separados y subidos al momento del envío inicial.
5. Si es que algunas de las figuras de su manuscrito es una figura compuesta por varias imágenes, no debe armar dicha figura sino que debe colocar la leyenda de la figura y luego pegar cada imagen separada. Cada imagen debe tener su propia denominación a través de literales en mayúsculas (ej. 5A) colocados en la esquina inferior derecha de cada imagen.
6. La revista mantendrá comunicación directa con el autor para correspondencia, quien es el responsable de someter el manuscrito, recibir las revisiones, enviar el manuscrito revisado, aprobar la corrección de originales y las pruebas de imprenta.

LISTA DE COMPROBACIÓN PARA LA PREPARACIÓN DE ENVÍOS

Como parte del proceso de envío, los autores/as están obligados a comprobar que su envío cumpla todos los elementos que se muestran a continuación. Se devolverán a los autores/as aquellos envíos que no cumplan estas directrices.

- El estudio presenta los resultados de investigación científica primaria.
- El envío no ha sido publicado previamente ni se ha sometido a consideración en otra publicación.

NOTA: ACI Avances en Ciencias e Ingenierías apoya a los autores que desean compartir su trabajo de manera temprana a través de archivos/repositorios de prepublicaciones (preprint servers/repositories), incluyendo arXiv, bioRxiv, figshare, PeerJ Preprints, SSRN, Zenodo, entre otros. De igual forma consideramos manuscritos que han salido únicamente como tesis en repositorios institucionales o trabajos que han sido presentados en actas de conferencias.

- Todas las metodologías de análisis, tanto experimentales, estadísticas y otras, se han realizado bajo estándares técnicos de alta calidad y se describen en suficiente detalle para garantizar su reproducibilidad.
- Todas las conclusiones se pasan en la interpretación justificada y apropiada de los resultados. Los autores deben evitar exagerar el alcance de sus conclusiones y si bien pueden discutir el posible impacto de sus resultados deben identificar sus ideas como hipótesis y no como conclusiones.
- Los textos están escritos de una manera entendible y clara, teniendo un correcto uso del lenguaje. Los manuscritos aceptados por la revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías pasan por una corrección del lenguaje y estilo, sin embargo errores en el uso del lenguaje pueden nublar el correcto entendimiento del contenido y provocar evaluaciones negativas por parte los revisores.

- El estudio debe cumplir con todos los estándares aplicables de ética en la experimentación e integridad científica. Todos los estudios relacionados con seres vivos, líneas celulares, muestreo de campo o que tengan potenciales implicaciones de bioseguridad deben contar con las aprobaciones de un comité de ética institucional / IRB, así como con todos los permisos legales requeridos por el país donde se realiza la investigación.
- El manuscrito sigue estándares utilizados por la comunidad de su disciplina científica y garantiza la disponibilidad de los datos. La disponibilidad de los datos se puede realizar colocándolos como material suplementario del manuscrito o depositándolos en repositorios digitales confiables.
- Todos los autores han participado en el desarrollo del manuscrito, lo han leído y están de acuerdo con su envío a la revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías, y de ser aceptado, están de acuerdo que sea publicado según a la *Política de Acceso Abierto* de la revista.
- Todos los autores cumplen con los requisitos de autoría detallados en la *Política de Autoría*.
- El envío inicial del manuscrito consiste de un solo archivo, que incluye: el texto, las tablas y figuras en el mismo archivo. Las tablas y las figuras van luego del texto (no intercalarlas con el texto). Cada tabla y figura está en su propia página y está precedida por su leyenda. En caso de enviar Material Suplementario, se lo envía como archivos separados.
- Si es que hay figuras compuesta por varias imágenes, se colocó la leyenda de la figura y luego se pegó cada imagen separada. Cada imagen tiene su propia denominación a través de literales en mayúsculas (ej. A) colocados en la esquina inferior derecha de cada imagen.
- Siempre que sea posible, se proporcionan DOI o direcciones URL estables para las referencias.

AVISO DE DERECHOS DE AUTOR/A

Los autores que publiquen en la revista ACI Avances en Ciencias e Ingenierías aceptan los siguientes términos:

- Los autores conservarán sus derechos de autor y garantizarán a la revista el derecho de primera publicación de su obra, la cual estará simultáneamente sujeta a la *Licencia de reconocimiento de Creative Commons* que permite a terceros compartir la obra siempre que se indique su autor y su primera publicación esta revista.
- Los autores podrán adoptar otros acuerdos de licencia no exclusiva de distribución de la versión de la obra publicada, pudiendo de esa forma publicarla en un volumen monográfico o reproducirla de otras formas, siempre que se indique la publicación inicial en esta revista.
- Se permite y se recomienda a los autores difundir su obra a través de Internet:
- Antes del envío a la revista, los autores pueden depositar el manuscrito en archivos/repositorios de pre-publicaciones (preprint servers/repositories), incluyendo arXiv, bioRxiv, figshare, PeerJ Preprints, SSRN, entre otros, lo cual puede producir intercambios interesantes y aumentar las citas de la obra publicada (Véase *El efecto del acceso abierto*).
- Después del envío, se recomienda que los autores depositen su artículo en su repositorio institucional, página web personal, o red social científica (como Zenodo, ResearchGate o Academia.edu).

DECLARACIÓN DE PRIVACIDAD

Los nombres y las direcciones de correo electrónico introducidos en esta revista se usarán exclusivamente para los fines establecidos en ella y no se proporcionarán a terceros o para su uso con otros fines.

aci
avances
en ciencias e
ingenierías

