

UNA PROPUESTA DE CAMBIO SUSTANCIAL EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA EN LA ESCUELA ELEMENTAL.

Valentina Aguilar.*^{1,2}

1 Colegio de Ciencias e Ingeniería, USFQ.

2 Visiting Professor, Mathematics Department, Western Michigan University.

Resumen

La última década ha marcado un acelerado cambio en el uso de diferentes instrumentos de psicología cognitiva en la investigación en el área de educación en matemáticas. Este artículo sintetiza nuevas propuestas en la enseñanza de la matemática elemental basadas en teorías de psicología del aprendizaje que argumentan la presencia de estructuras cognitivas pre-existentes a la instrucción, las cuales posibilitan el pensamiento proporcional como un componente distinto del componente lógico en el que se basa el desarrollo del concepto de número cardinal en la instrucción elemental. Se expone además una posible línea de desarrollo de implementación de este cambio para la enseñanza del concepto de fracción conjuntamente con preguntas abiertas a futuras investigaciones.

Palabras Clave. Educación en matemáticas, número, fracción, proporción.

Desarrollo

La enseñanza de la matemática elemental dedica sus mayores esfuerzos -en términos de número de horas de instrucción, tipo de actividades, énfasis en la instrucción, etc. - al desarrollo del concepto de número cardinal. Para ello se parte del presupuesto de que el aprendizaje del concepto de número está basado en la capacidad pre-existente en el cerebro humano de captar la numerosidad de objetos discretos. Estudios de psicología cognitiva muestran que hay tres operaciones mentales pre-existentes a la instrucción: conservación por traslación, comparación por aumento y comparación por disminución. Experimentos realizados en infantes y niños de edad pre-escolar sin instrucción en numerosidad demuestran que estas tres operaciones son utilizadas para resolver problemas de comparación de cardinalidad entre conjuntos con objetos discretos (bolas, figuras geométricas, juguetes, etc.). Estos experimentos producen, entre otros, dos resultados que son relevantes por su discrepancia: a) El experimento donde una fila de objetos se traslada sin cambiar la distancia entre ellos; y b) El experimento donde el conjunto inicial de objetos se traslada cambiando la distancia entre tales objetos. Infantes y niños de edad pre-escolar 3-4 años muestran la capacidad de realizar juicios correctos de conservación de cardinalidad en el primer experimento, mientras que en el segundo caso realizan juicios errados [1]. La explicación de esta discrepancia hace referencia a la confusión entre un juicio sobre cardinalidad y un juicio sobre medida longitudinal de las filas de objetos. Una manera alternativa de comprender este experimento es la siguiente hipótesis: la

capacidad de medida longitudinal es la que posibilita el desarrollo del concepto de cardinalidad. Dicho de otra manera: es posible desarrollar el concepto de número cardinal con base en juicios correctos de comparación de medidas longitudinales o de proporcionalidad. Las actuales investigaciones sobre el tema implican un cambio profundo en la forma de instrucción de la matemática en la escuela elemental [2].

La propuesta tradicional parte de que para trabajar el concepto de fracción se requiere haber comprendido previamente la división de naturales. A su vez la división se sustenta en el aprendizaje previo de la multiplicación, vista como extensión de la suma que a su vez es posible solo cuando se ha dominado la suma y la resta. Respetando esta secuencia, el concepto de fracción se incluye en el currículo ecuatoriano desde el sexto año de básica (10-11 años de edad). De manera similar, en el currículo norteamericano se desarrolla de manera intensiva entre quinto y sexto grado (10-12 años), aunque aparece gradualmente desde segundo grado (7-8 años). El concepto de fracción se presenta utilizando la noción “parte-todo”, basada en contar partes de un todo que ha sido dividido en partes iguales. La fracción expresa un número de partes escogidas de entre el total de las partes.

La nueva hipótesis sustenta la instrucción que haga uso y desarrollo intensivo de la capacidad de dimensionar cantidades mediante comparación. Esta propuesta implica trabajar paralelamente el pensamiento aditivo y el pensamiento multiplicativo, una diferencia sustancial respecto a la manera secuencial

implementada en el currículo tradicional [2]. La diferencia entre una y otra aproximación puede ejemplificarse de la siguiente manera: el pensamiento aditivo modela el número 3 como la unión de una manzana + una manzana + una manzana. Por otro lado el pensamiento multiplicativo entiende el número natural como una comparación con la unidad de medida. Visto así, el pensamiento multiplicativo no requiere del aditivo. Entonces, 3 es la relación entre 3 manzanas a 1 manzana. Esto no solo involucra pensamiento multiplicativo sino razonamiento proporcional [3]. La definición formal del conjunto de los números racionales implica que el conjunto de los naturales sean un subconjunto propio. La nueva propuesta de instrucción coincide con la definición formal: los números naturales son caso particular de las fracciones. Podemos analizar otro ejemplo que contrasta el enfoque tradicional con la nueva propuesta. La división normalmente se comprende como la operación opuesta a la multiplicación. En la nueva perspectiva la división consiste en escoger apropiadamente una nueva unidad de comparación. Así, el problema de 15 caramelos repartidos para 5 niños se resuelve comúnmente dividiendo 15 para 5 igual a 3, pues 5 por 3 es 15. También se puede resolver utilizando ‘repartición’: se reparten los caramelos hasta agotarlos. Desde la nueva perspectiva el proceso de dividir dos números naturales se convierte en escoger una nueva unidad de comparación: hay cinco paquetes de tres caramelos (la nueva unidad de medida es tres caramelos no un caramelo) por tanto $15 \text{ caramelos} / 5 \text{ personas} = 3 \text{ paquetes (de 3 caramelos) / 5 personas} = 1 \text{ paquete (3 caramelos) / 1 persona} = 3 \text{ caramelos/persona}$. Lo que interesa aquí es que la proporción se mantiene entre caramelos y personas con la unidad original (caramelo) o con la nueva unidad (paquete de tres caramelos).

Conclusiones

La posibilidad de desarrollar aritmética desde la comparación de dimensiones no es nueva, toda la aritmética griega es un ejemplo; a pesar de ello, la nueva propuesta resulta radical pues conlleva profundos cambios en la propuesta curricular vigente.

Hacemos uso constante de relaciones de proporcionalidad para movernos y ubicarnos espacialmente, la psicología cognitiva está proporcionando evidencias de que podemos hacer uso de las estructuras cognitivas del cerebro para comprender y enseñar de manera más natural conceptos complejos como el de fracción. La introducción de fracciones suele ser el contenido crucial donde la capacidad

matemática de los niños se pone a prueba. A partir de este momento los estudiantes se sienten preparados o no, a gusto o en disgusto con la instrucción posterior. Pruebas internacionales muestran que el rendimiento en matemática disminuye a partir de los 10 años, en ciertos casos de manera drástica, como sucede en Ecuador, precisamente cuando el concepto de fracción entra en el currículo [5][6]. El marco conceptual de V. Baddeley es ahora firmemente utilizado en la investigación de los procesos cognitivos que el cerebro ejecuta en tareas de aprendizaje. En este modelo, la memoria de trabajo es un sistema de procesamiento central que tiene dos componentes separados: el fonológico y el visoespacial. Toda pieza de instrucción debe procurar el uso de ambos [4]. El modelo sustenta la introducción a lo largo de la escuela primaria de actividades con pensamiento proporcional, que hace uso de ambos componentes. La posibilidad de implementación y el impacto en la instrucción de cada una de las actividades propuestas están abiertos a futuras investigaciones.

Entender los procesos de pensamiento lógico y su interacción con el pensamiento espacial es crucial para crear una instrucción que potencialice el uso de la matemática.

Referencias bibliográficas

1. Starky P, Cooper R., 1980, “Perception of numbers by human infants”, *Science*, 210, pp. 1033-1035.
2. Sophian C., 2007, “The Origins of Mathematical Knowledge in Childhood”, Lawrence Erlbaum Associates, Taylor and Francis group, New York, pp. 85-105.
3. Sophian C., 2000, “Perceptions of proportionality in young children”, *Cognition*, Volume 75, Issue 2, pp. 145-170.
4. Tronsky N. L. , Royer J., 2002, “Relationships among basic computational, automaticity, working memory and complex mathematical problema solving”, *Mathematical cognition*, ed. James M. Royer, Information Age Publisher, Greenwich, Connecticut, pp. 117-146.
5. Gonzales P, et al., 1999 “Pursuing Excellence: Comparisons of International Eighth-Grade Mathematics and Science Achievement From a U.S. Perspective: 1995 and 1999”, *Education Statistics Quarterly*, Vol 3, Issue 1.
6. PREAL, Contrato Social por la Educación, Grupo Faro, 2006, “Calidad con Equidad: El desafío de la educación Ecuatoriana. Informe de Progreso Educativo 2006”, Publicaciones Organización de Estados Iberoamericanos.