

Evaluación de las técnicas tiempo-frecuencia por medio de un equipo de adquisición de datos y un computador

Roberto Herrera Lara*, Robin Álvarez Rueda, Alexis Andrango Pillajo

Facultad de Ingeniería Eléctrica y Electrónica.
Departamento de Electrónica, Telecomunicaciones y Redes de la Información. Escuela Politécnica Nacional
Calle Isabel La Católica 202 y Alfredo Caamaño
E-mail: roberto.herrera.lara@gmail.com

Editado por/Edited by: R. Játiva, M.Sc.

Recibido/Received: 08/19/2010. Aceptado/Accepted: 04/14/2011.

Publicado en línea/Published on Web: 06/30/2011. Impreso/Printed: 06/30/2011.

Abstract

This work deals with the performance of the time-frequency methods: Short Time Fourier Transform, Wavelet Transform, Wigner - Ville, Choi - Williams and Matching Pursuit. Data acquisition was performed using a National Instruments card (NI 6221), and the signal processing was made using Matlab on a personal computer. The processing time was measured and the test was made in different sample rates. The results show that Matching Pursuit is the most suitable for precision and details, but at the same time is the most demanding in terms of computational resources and the maximum sampling frequency was $2(KHz)$ for avoiding the computer collapse.

Keywords. STFT, Wavelet, Wigner-Ville, Choi-Williams, Matching Pursuit, Time-frequency techniques

Resumen

En el presente artículo se muestran los resultados de la evaluación experimental de las siguientes técnicas de análisis espectral tiempo-frecuencia: la Transformada de corta duración de Fourier, la Transformada Wavelet, Wigner - Ville, Choi - Williams y Matching Pursuit mediante la adquisición y procesamiento de señales en tiempo diferido. La adquisición de datos se realizó usando una tarjeta de National Instruments (NI 6221) y el procesamiento de estos se lo realizó mediante algoritmos escritos en Matlab en un computador personal, donde se midieron los tiempos de procesamiento consumidos por cada una de las técnicas implementadas al analizar una señal de prueba a distintas frecuencias de muestreo. Los resultados permiten concluir que, si bien la técnica de Matching Pursuit es la más precisa en cuanto a la detección de detalles en tiempo y en frecuencia, es la más exigente en cuanto a recursos computacionales, siendo la máxima frecuencia de muestreo $2(kHz)$ sin que el computador se sature.

Palabras Clave. STFT, Wavelet, Wigner-Ville, Choi-Williams, Matching Pursuit, Técnicas Tiempo-Frecuencia.

Introducción

En el *Procesamiento Digital de Señales (PDS)* la *Transformada de Fourier (TF)* ha jugado y juega aún un papel fundamental en cuanto a la caracterización y clasificación de los distintos tipos de señales, tanto las generadas de forma natural como las generadas por el hombre.

Sin embargo a pesar de la fortaleza de la *TF*, ésta se ha visto limitada ante el problema de interpretar correctamente la variación espectral a lo largo del tiempo de una señal. Por citar un ejemplo al aplicar la *TF* a una señal de audio que represente la palabra “tomo” no se podrá notar la diferencia de otra que represente la pala-

bra “moto” ya que sus representaciones espectrales serán muy similares.

Para entender mejor este fenómeno se propone el siguiente ejemplo: se tiene una señal $x_0(t)$ multifrecuencial con dos tonos: uno de $20(Hz)$ y otro de $40(Hz)$ representada en la Figura 1. En esta se puede ver primeramente un tiempo de silencio de $0,5(s)$, luego de lo cual, el primer tono de $20(Hz)$ tiene una duración de $0,5(s)$ a $1(s)$ y el segundo tono de $40(Hz)$ aparece desde $1(s)$ hasta $1,5(s)$. En la parte inferior de la Figura 1, se puede observar la representación espectral de la señal luego de procesarla mediante la *TF* donde se pue-

ISSN 1390-5384



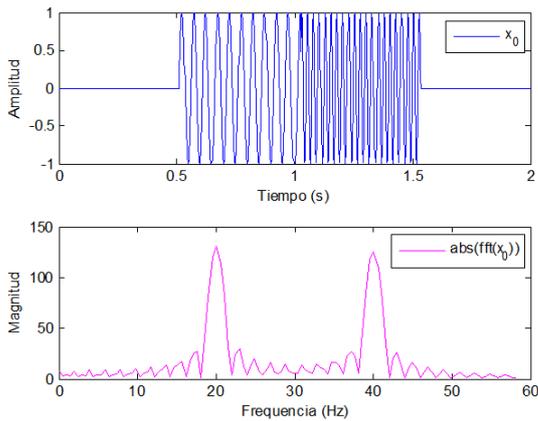


Figura 1: Procesamiento de una señal multifrecuencial $x_0(t)$ mediante la FFT.

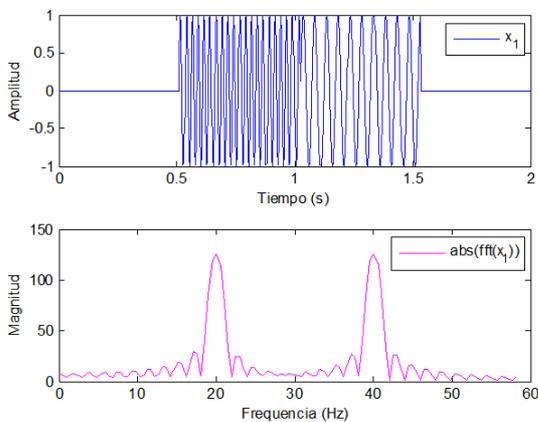


Figura 2: Procesamiento de una señal multifrecuencial $x_1(t)$ mediante la FFT.

de notar la presencia de dos tonos en $20(Hz)$ y otro de $40(Hz)$.

Luego se tiene una nueva señal $x_1(t)$ donde se han invertido el orden de la aparición de los tonos de $x_0(t)$, es decir primero aparece el de $40(Hz)$ y luego el de $20(Hz)$, dichos tonos tienen la misma duración que en la primera señal analizada según se ven representados en la Figura 2. Al igual que en la Figura 1, en la Figura 2, parte inferior, está la representación espectral de la señal $x_1(t)$ después de procesarla mediante la *TF*.

Como se puede apreciar en la Figura 1 y en la Figura 2, sin embargo de que las dos señales son completamente diferentes en el dominio del tiempo, ambas tienen los mismos resultados en el dominio de la frecuencia.

En el ejemplo anterior queda en evidencia las limitaciones de la *TF* al procesar señales no estacionarias¹, donde, al no contener información temporal, la información espectral no es suficiente para poder diferenciar una señal de otra, como ha sido el caso de $x_1(t)$ y $x_0(t)$.

¹Las señales estacionarias son aquellas cuyos parámetros estadísticos se mantienen constantes en el tiempo.

En la naturaleza existen muchísimas señales que son de interés, estas y las generadas por el hombre son casi en su totalidad de tipo no estacionario. Procesar estas señales mediante la *TF* conllevaría malas interpretaciones en cuanto a clasificarlas y caracterizarlas. Para enfrentar esta deficiencia, se manejan técnicas matemáticas más potentes en cuanto a la extracción de la información de las señales. Estas técnicas han sido agrupadas bajo el nombre de “técnicas de análisis de señales en tiempo-frecuencia.”

Las técnicas de análisis en tiempo-frecuencia añaden virtudes adicionales en cuanto a extraer información de las señales analizadas. En esencia la idea fundamental es trabajar en un dominio de trabajo tiempo-espectral. De esta forma se puede visualizar en un solo gráfico una representación de la variación espectral a lo largo del eje temporal, es decir identificar cuándo se fueron presentando las diferentes componentes espectrales de la señal analizada.

En la actualidad existen un sinnúmero de técnicas de análisis de señales en tiempo-frecuencia que solucionan las limitaciones de la *TF* y de las técnicas derivadas de ésta. Estas técnicas son usadas ampliamente para analizar, estimar, detectar, clasificar, caracterizar o modelar señales variantes en el tiempo. Sus aplicaciones crecen día a día en el análisis de fenómenos físicos, en la representación de señales biomédicas, las comunicaciones inalámbricas, entre otros tantos por mencionar [1].

Metodología

Las técnicas de análisis tiempo-frecuencia se han ido desarrollando poco a poco a fines del siglo XX y siguen en desarrollo en estos años. Los primeros avances en este campo se dieron a partir de la necesidad de asentar las bases matemáticas que permitieran representar simultáneamente el hecho físico de la variación espectral a lo largo del tiempo [2].

La primera aproximación de obtener una representación tiempo-frecuencia fue la *Transformada de Corta Duración de Fourier (STFT)*. Luego entró en escena la *Transformada Wavelet (TW)*, sin embargo esta merece un trato especial al no trabajar en tiempo-frecuencia, sino más bien en tiempo-escalas [2].

Luego de la aparición de la *STFT* y la *TW* aparecieron nuevos conceptos y bases matemáticas que rompieron en parte el nexo con la *TF*. El trabajo de Wigner [3] quien obtiene una distribución para el estudio de los fenómenos relacionados con la mecánica cuántica y posteriormente el de Ville [4], establecerían la forma actual de la distribución de Wigner-Ville que ha servido como base de desarrollo para una gran familia de distribuciones cuadráticas. Trabajando en el mismo contexto de la mecánica cuántica, Gabor [5] sienta las bases de la mayoría de las distribuciones tiempo-frecuencia tal como hoy se conocen [2].

Posteriormente a los trabajos de Wigner; Kirkwood [6] y Rihaczéback [7] proponen modificaciones a la distribución de Wigner para volverla más sencilla en ciertas aplicaciones. Sobre las bases de los trabajos de Kirkwood, Page [8] propone el concepto de “espectro de potencia instantáneo” que da lugar a la distribución de Page, muy similar a la de Margenau [9] [2].

Todos los trabajos anteriormente mencionados significaron aportes sustanciales sobre el tema del tratamiento de señales en tiempo-frecuencia, sin embargo se trataba de trabajos aislados. Leon Cohen [10] es quien unifica todos estos trabajos en una sola teoría, y propone un método general de obtención de una gran familia de distribuciones tiempo-frecuencia, conocidas hoy como la clase de Cohen². Subsiguientemente los trabajos de Claasen y Mecklenbrauker sobre el trabajo de Cohen permitieron una mejor comprensión de las distribuciones tiempo-frecuencia [11]. Finalmente Boashash [12] fue una de las primeras publicaciones donde se dio una aplicación práctica a las técnicas de análisis tiempo frecuencia sobre señales sísmicas [2].

Las técnicas de análisis tiempo-frecuencia exigen una descripción matemática rigurosa. A continuación se describen a breves rasgos la definición matemática de estas, así como sus principales características, sin embargo para una profundización en el estudio de estas herramientas se puede recurrir a las referencias citadas en la bibliografía [2].

Dentro del gran conjunto de representaciones tiempo-frecuencia existe una pseudo - clasificación que permite agruparlas en tres grupos fundamentales, siendo estas representaciones tiempo-frecuencia: a.) *lineales*, b.) *cuadráticas o bilineales* y c.) *las distribuciones tiempo-frecuencia* según se muestran en [2]. Adicional a estas técnicas se tienen las d.) *Técnicas de aproximación adaptable con Funciones de Tiempo-Frecuencia*. A continuación se describen dicha clasificación de acuerdo a sus principales características y limitaciones.

Representaciones Tiempo-Frecuencia Lineales (RTFL)

Son las representaciones más simples y fáciles de implementar. Están basadas en la *TF*, combinándola con el uso de ventanas o mediante variaciones de la *TF*. Los principales representantes de este grupo son la *Transformada de Corta Duración de Fourier (STFT)*, la *Transformada de Gabor (TG)*, y la *Transformada Wavelet (TW)*.

La *STFT* trabaja de la siguiente manera: se toman pequeños tramos de la señal a analizar realizando un eventanado, luego se calcula la *TF* de estos tramos, así analizando cada *TF* se observa la variación espectral de la señal con respecto al tiempo. La *STFT* está definida como se muestra en la Ecuación 1.

²Función de distribución generalizada de tiempo-frecuencia que utiliza transformaciones bilineales. A diferencia de las otras técnicas tiempo-frecuencia la transformación bilineal basada en la clase de Cohen disminuye significativamente la interferencia de los términos cruzados generados al analizar señales de componentes múltiples en base al uso de funciones ventana.

$$STFT(t, f) = \int_{\tau} [x(\tau) \cdot \gamma(\tau - t)] \cdot e^{-j2\pi ft} d\tau \quad (1)$$

El principal problema de este método es la correcta elección del tamaño de la ventana $\gamma(t)$. Así una ventana pequeña brindará mayor resolución en el dominio temporal, pero las componentes espectrales estarán dispersas, mientras que una ventana grande brindará mayor resolución espectral, pero no habrá precisión para definir en que instante ocurrió determinada componente espectral.

Por otro lado, la *Transformada de Gabor* es un tipo especial de la *TF*, es muy semejante a la *STFT* ya que consiste en computar la *TF* mediante una ventana deslizante. Esta representación se basa en obtener los llamados “átomos” (a_{mk}). La definición matemática de a_{mk} según [2] se presenta a continuación en la Ecuación 3.

$$a_{mk} = \int x(t) \cdot \omega_{mk}(t) dt \quad (2)$$

donde:

$$\omega_{mk} = \omega(t - mT) e^{jk\Omega t} \quad (3)$$

es una función de ventana con m y k enteros, $\Omega \leq 2\pi$ define la celda de muestreo. Originalmente, Gabor propuso ω_{mk} como una función gaussiana. Los términos (a_{mk}) proporciona los valores de amplitud para cada átomo. Entre las limitantes del método se tiene el tamaño de la celda de muestreo, ya que si ésta es demasiado pequeña la información para la reconstrucción de la señal será redundante y si la celda es demasiado grande, la información será escasa [2] [13].

Para finalizar se tiene la *Transformada Wavelet (TW)*, una de las técnicas más populares, tal es el caso que se le podría adjudicar a esta técnica por si sola una rama en las transformadas de tiempo frecuencia. Está basada en la proyección de la señal original sobre una familia de funciones de media cero (*wavelets*) que se obtienen de la *wavelet madre* a partir de traslaciones temporales y espectrales de esta. La *TW* está definida como se muestra a continuación en la Ecuación (4) [2].

$$WT(t, f) = \int x(\tau) \sqrt{\left| \frac{f}{f_0} \right|} \cdot \gamma^* \left(\frac{f}{f_0} (\tau - t) \right) d\tau \quad (4)$$

Donde f_0/f se le conoce como el factor de escala, y f_0 es la frecuencia central de la función wavelet.

Esta transformada dispone de una resolución frecuencial baja a altas frecuencias y de una resolución temporal alta a bajas frecuencias [2]. De esta forma se mejora notablemente la limitación en resolución de la *STFT*, ya sea espectral o temporalmente.

Representaciones Tiempo-Frecuencia Cuadráticas (RTFC)

En este tipo de técnicas, la dependencia con respecto a la señal es cuadrática. Se las llama también "representaciones energéticas", ya que intuitivamente permite asumir que se trata de una distribución energética ya que la energía es una representación cuadrática de la señal.

Entre los principales problemas de estas técnicas está la aparición de los llamados términos de interferencia, llamados *términos cruzados*, generados debido a la presencia cuadrática de la señal. Para describir mejor este fenómeno se tiene una señal $s(t)$ resultado de la suma de $s_1(t)$ y $s_2(t)$, señales monofrecuenciales según se muestra en la ecuación (5).

$$s(t) = s_1(t) + s_2(t) = e^{-j2\pi f_1 t} + e^{-j2\pi f_2 t} \quad (5)$$

La transformada de $s(t)$ esta formada por dos términos llamados *auto-términos*, ($|c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f)$ y $|c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f)$), correspondientes a la transformada de las señales monofrecuenciales, mas dos términos llamados *términos cruzados*, $c_1 c_2^* TFR_{x_{1,2}}$ y $c_2 c_1^* TFR_{x_{2,1}}(t, f)$, tal como se muestra en la Ecuación 6 [2].

$$\begin{aligned} RTFC_x(t, f) = & |c_1|^2 TFR_{x_1}(t, f) \dots \\ & + |c_2|^2 TFR_{x_2}(t, f) + c_1 c_2^* TFR_{x_{1,2}}(t, f) \dots \\ & + c_2 c_1^* TFR_{x_{2,1}}(t, f) \quad (6) \end{aligned}$$

Los términos cruzados generan distorsiones en la representación, estas distorsiones pueden ser interpretadas erradamente como contribuciones de energía pero en realidad son inexistentes. En general ya sea ruido, picos espúrricos o cualquier interferencia en la señal genera estos términos cruzados lo que perjudica el correcto análisis de la señal.

La presencia de términos cruzados es severamente dañina para la implementación de la técnica, ya que el cálculo y procesamiento de esta información basura consume mucho tiempo de procesamiento. Así una señal con N componentes frecuenciales, en su representación tiempo-frecuencia habrá una presencia de N *auto términos* más $N(N - 1)/2$ *términos cruzados*, lo que indica que su número crece en forma cuadrática con el número de componentes [2]. Esto en general se traduce en tiempo de procesamiento muerto y, como ya se mencionó anteriormente, en la presencia de distorsiones y contribuciones fantasmas de energía en la representación tiempo-frecuencia.

Distribuciones Tiempo-Frecuencia

Se trata de un nuevo tipo de herramientas en el análisis de señales. En este grupo existen mucho más representantes que en los descritos anteriormente, esto como

fruto de la Clase de Cohen y de las propiedades extraordinarias de la *Distribución de Wigner-Ville (WV)*, a partir de la cuál se pueden construir el resto de distribuciones [3] [4] [10] [2]. La expresión de la Distribución Wigner-Ville viene dada por la Ecuación 7.

$$WV(t, f) = \frac{1}{2\pi} \int x\left(t + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(t - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau\omega} d\tau \quad (7)$$

Esta distribución hereda los problemas de los *términos cruzados* de las representaciones cuadráticas. Posteriormente a la *WV* se realizaron modificaciones sobre su trabajo a fin de controlar la incidencia de los *términos cruzados* sobre la señal analizada. En [11] [2] se puede ver un ejemplo de esto mediante una representación enventanada de la Ecuación 7 según se muestra en la Ecuación conocida como *Representación Pseudo Wigner - Ville (PWV)*.

$$PWV(t, f) = \int \int h(\tau) x\left(u + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(u - \frac{\tau}{2}\right) e^{j\tau\omega} d\tau du \quad (8)$$

Usando enventanado temporal, la *PWV* logra atenuar considerablemente las interferencias causadas por los *términos cruzados* y en comparación con la *WV*, la mejora es considerable. Sin embargo a cambio de la atenuación de los *términos cruzados*, los *auto-términos* se ven en parte distorsionados, además esta mejora se produce a costa de sacrificar propiedades que antes se cumplían en la *WV* como los marginales³ [2].

La *PWV* y sus posteriores modificaciones servirían como trabajos previos a la Distribución de Choi-Williams (CW). En la *CW* se propone la utilización de un "kernel"⁴ que permita disminuir la contribución de los *términos cruzados*, es decir atenuarlos de forma directa, en lugar de suavizarlos mediante el uso de enventanados como se hacía en *WV*. Esto se consiguió mediante el uso de funciones exponenciales [2]. La distribución de Choi-Williams se define a continuación en la Ecuación 9 según se muestra en [2].

$$\begin{aligned} CW(t, \omega) = & \int \int \frac{\sigma}{|\tau|} e^{\frac{-2\sigma(u-t)^2}{\tau^2}} \dots \\ & x\left(u + \frac{\tau}{2}\right) x^*\left(x - \frac{\tau}{2}\right) e^{-j\tau\omega} d\tau du \quad (9) \end{aligned}$$

En este grupo existen representantes adicionales como la *Representación de Born-Jordan* y *Zhao-Atlas-Marks*, la *Representación de Page*, y la *Distribución de Interferencias Reducidas* que siguen trabajando bajo el mismo objetivo, eliminar el problema de los términos cruzados.

³Condiciones para obtener el espectro de densidad de energía y la energía instantánea de una señal [2]

⁴Función particular para definir un subconjunto de funciones dentro de la definición del conjunto total [2]

Técnicas de aproximación adaptable con Funciones de Tiempo-Frecuencia

Son un paso hacia adelante en mejorar las técnicas de análisis de señales. En la actualidad en este grupo se encuentran las herramientas que podrían considerarse como las de *última generación* en cuanto a su desempeño y virtudes. Estas técnicas tienen como objetivo encontrar la representación de una función f como la suma ponderada de elementos a partir de un diccionario redundante según se muestra en la Ecuación 10 [14].

$$f = \sum_{\gamma \in \Gamma} \alpha_{\gamma} g_{\gamma} \quad (10)$$

Donde el conjunto $g_{\gamma} | \gamma \in \Gamma$ corresponde a un diccionario que se extiende a lo largo del espacio de todas las posibles funciones, y que además es redundante [14].

Existen varios métodos para encontrar la representación más óptima de f , entre los que se tiene el método de "Frames", la *Mejor Base Ortogonal*, "Matching Pursuit", "Basis Pursuit", y "High Resolution Pursuit". Para más detalles sobre estos métodos se puede acceder a [14], [15], [16], [17], [18], [19].

Estos métodos tienen como tarea principal, encontrar procedimientos que permitan expandir funciones sobre un conjunto de formas de onda, luego seleccionar algunas de estas bajo cierto criterio a lo largo de un diccionario grande y redundante [14]. Entre las virtudes de estas técnicas, está el hecho de que se han eliminado casi por completo las interferencias y contribuciones inexistentes producidas por la presencia de los *términos cruzados*. La flexibilidad de los diccionarios redundantes en conjunto con una buena aplicación del método de búsqueda de una representación óptima facilita obtener las características más importantes de la señal, volviéndolas a su vez mucho más precisas que las descritas anteriormente [14].

Implementación de las principales técnicas de análisis tiempo-frecuencia en un computador personal

Las técnicas de análisis de señales descritas en este artículo son de vital importancia en la formación de profesionales que trabajen haciendo uso de señales, datos e imágenes. La no estacionariedad como regla inquebrantable de la mayoría de fenómenos naturales hace necesario el uso de herramientas que permitan visualizar la variación espectral a lo largo del eje temporal durante la duración de la señal analizada y evitar así errores en su procesamiento y caracterización. Por esta razón, en este artículo se ha tratado de implementarlas en hardware para poder experimentar con ellas y aprender y manejarlas con visión hacia futuro para solucionar problemas reales.

A continuación se presentan los resultados de la implementación de varias técnicas de análisis tiempo - frecuencia. Se han escogido la *STFT*, la *TW*, la *WV*, la *CW* y "Matching Pursuit", por considerarlas las más representativas en cada uno de sus grupos.



Figura 3: Procedimiento básico del procesamiento de una señal



Figura 4: Tarjeta de adquisición de datos NI 6221

Materiales

Para la implementación de este experimento se ha seguido el procedimiento básico de análisis de señales descrito en la Figura 3 [20].

Las etapas descritas en la Figura 3 son: la adquisición de datos, el procesamiento y la obtención de resultados. En este experimento se adquiere los datos mediante la tarjeta de adquisición de señales NI 6221, luego el procesamiento de datos se hace en un computador personal mediante Matlab™ los resultados se muestran en pantalla del computador directamente desde Matlab™⁵.

La tarjeta de adquisición de datos presenta como características principales una frecuencia de muestreo máxima de 250 kHz, 16 bits de resolución, puerto de conexión PCI. En la Figura 4 se muestra de forma física la tarjeta NI 6221, [21].

Las principales características del computador usado son: procesador Pentium Core 2 Duo de 2.1 GHz, 2 GB de memoria RAM, 667 Mhz de velocidad de bus frontal y Matlab es la 2009b con licencia estudiantil.

Métodos

Para la implementación de las técnicas mencionadas anteriormente se modificó el toolbox, *Time-Frequency Toolbox, For Use with Matlab*⁶ para adaptarlo a procesar los datos adquiridos mediante la NI 6221.

⁵Marca Registrada de The MathWorks

⁶Creado por el CNRS de Francia y la Rice University en Estados Unidos, tftb.nongnu.org/

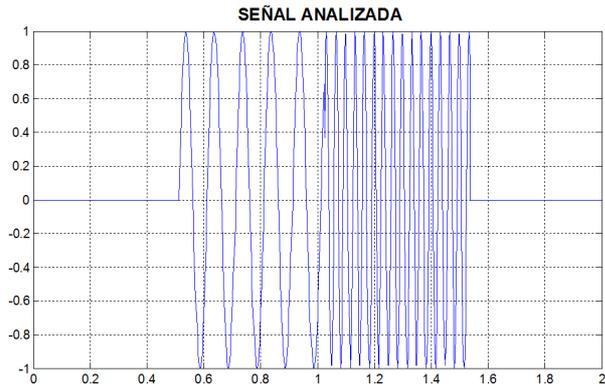


Figura 5: Señal usada en la etapa de pruebas

La idea principal de este experimento es probar qué tan eficientes pueden llegar a ser los algoritmos usando un computador común como *Procesador Digital de señales (DSP)* para usarlo como instrumento de trabajo en el análisis y tratamiento de señales ya sea para fines prácticos o pedagógicos.

En una primera fase se calibrarán los algoritmos usando señales generadas conocidas para visualizar fácilmente tiempo y las variaciones de frecuencia. Luego se procedió a juntar la primera fase con la adquisición de señales externas en tiempo diferido para poder medir la factibilidad de usar el computador como *DSP* de acuerdo a los tiempos de respuesta de los distintos algoritmos.

Pruebas

Para la etapa de pruebas se usó la señal de la Figura 5 a diferentes frecuencias de muestreo. Esta señal se generó usando el *dsPIC6014a* y la tarjeta de entrenamiento *dsPICDEM 1.1 Plus*⁷ mediante muestras guardadas en la memoria de este *DSC*⁸.

De la Figura 5 se desprenden datos necesarios para calibrar la tarjeta, el tiempo de adquisición es, como mínimo, de 2 segundos para poder tomar al menos un periodo de la señal generada y, manteniendo constante este parametro, se fue variando la frecuencia de muestreo, desde un valor mínimo de $60Hz$ (debido a las frecuencias de la señal de prueba, $10Hz$ y $30Hz$ respectivamente según se ve en la Figura 5), esto a fin de probar la eficiencia de las técnicas implementadas en función del tiempo de procesamiento que éstas requieran.

En esta fase se hicieron mediciones indirectas de tiempos usando instrucciones propias de Matlab para tomar los tiempos exactos de procesamiento. Un pequeño ejemplo de código usado para la medición de tiempos se presenta a continuación en el Espacio de código 1.

Resultados

En la Tabla 1 de mediciones se resumen los resultados obtenidos.

```

1 %Instrucciones para tomar el tiempo
2 %exacto de procesamiento
3 %INICIO
4 starttime=cputime;
5 %Instrucciones para la Adquisicion y
6 %Procesamiento de la señal adquirida
7 %FINAL
8 elapsedtime=cputime-starttime;
9 % Tiempo consumido en el procesamiento
10 % de la seal adquirida
11 fprintf('El tiempo de ejecucion fue: ...
12 %g segundos.\n', elapsedtime)
    
```

Figura 6: Código 1

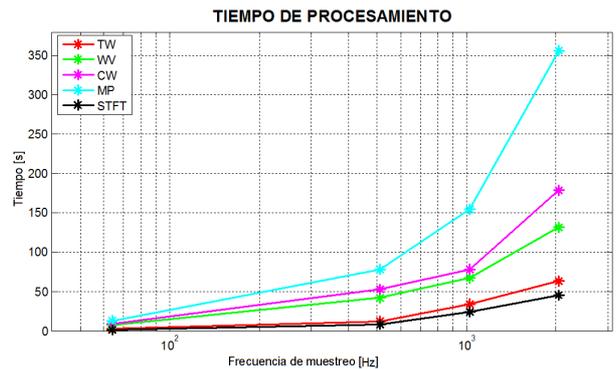


Figura 7: Tiempos consumidos por las diferentes técnicas implementadas

Tiempos de Procesamiento		
Técnica usada	Frecuencia de muestreo [Hz]	Tiempo [s]
STFT	64	1.55
	512	7.89
	1024	23.57
	2048	45.12
TW	64	3.13
	512	12.21
	1024	34.32
WV	64	7.23
	512	42.32
	1024	67.23
CW	64	9.15
	512	53.21
	1024	78.32
MP	64	13.21
	512	78.21
	1024	154.32
	2048	356.32

Tabla 1: Resultados de la mediciones realizadas.

En la Figura 7 se puede visualizar de mejor manera los tiempos consumidos por cada una de las técnicas implementadas.

⁷<http://www.microchip.com>

⁸Digital Signal Controller

Conclusiones

- Los algoritmos de tiempo-frecuencia basados en la *TF* son mucho más simples de implementar y consumen menos recursos de cómputo.
- Los algoritmos de *WV* y *CW* consumen mucho más recursos de cómputo que sus predecesoras, las técnicas basadas en la *TF*.
- La distribución de *CW*, si bien teóricamente soluciona notablemente el problema de los *términos cruzados* [1] [2], para obtener esta mejoría son necesarios tiempos extras de cálculo que hacen que la distribución de *WV* y la de *CW* utilicen tiempos de procesamiento bastante parecidos.
- La técnica más exigente en cuanto a tiempos de procesamiento fue Matching Pursuit, a su vez fue la más precisa en cuanto a los resultados obtenidos, en esta técnica los *términos cruzados* son casi imperceptibles.
- Manteniendo el tiempo de adquisición constante y elevando la frecuencia de muestreo se pudo llevar a las técnicas de procesamiento a su umbral más alto, siendo esta una frecuencia de muestreo de $4096[Hz]$, a partir de esta frecuencia el ordenador colapsó.

Proyección Futura

El presente trabajo abre líneas de investigación interesantes sobre la optimización de la implementación realizada en este trabajo. En base a los resultados obtenidos se pueden elaborar las siguientes propuestas:

- Optimización del código de programa necesario para la implementación de las diferentes técnicas de análisis tiempo-frecuencia usando lenguajes de alto nivel.
- Implementación en hardware de las diferentes técnicas de análisis tiempo-frecuencia haciendo uso de *FPGAS*⁹ y *VHDL*¹⁰.
- Implementación de las técnicas de análisis descritas en este artículo usando interfaces gráficas y amigables al usuario.

Referencias

- [1] Pinto Ramos, M. 2005. "Procesamiento de señales utilizando el análisis tiempo-frecuencia." *Centro de Investigación y Desarrollo de Tecnología Digital-CITE*.
- [2] Muñoz, A. "Desarrollo de técnicas de detección de fibrilaciones ventriculares basadas en algoritmos de tiempo-frecuencia."
- [3] Wigner, E. 1932. "On the Quantum Correction for Thermodynamic." *Physics Review*. 40, 749-759.
- [4] Ville, J. 1948. "Theorie et Applications of the Notion of Signal." *Cables of Transmission*. 2A, 61-74.
- [5] Gabor, D. 1946. "Theory of Communication." *Journal IEE (London)*. 93, 429-457.
- [6] Kirkwood, W. 1933. "Quantum Statistics of Almost Classical Ensembles". *Physics Review*. 44, 31-37.
- [7] Rijaczek, W. 1968. "Signal Energy Distribution in Time and Frequency." *IEEE Transactions on Information Theory*. IT-14, 369-374.
- [8] Page, C. 1952. "Instantaneous Power Spectra." *Journal of Applied Physics*. 23, 103-106.
- [9] Margenau, H. 1961. "Correlation Between Measurements in Quantum Theory." *Prog, Theory Phys.* 26.
- [10] Cohen, L. 1966. "Generalized Phase-space Distribution Functions." *Journal of Math and Physics*. 7, 781-786.
- [11] Claassen, T. and Mecklenbrauker, W. 1980. "The Wigner Distribution-A Tool for Time-Frequency Signal Analysis." *Philips J. Res.* 35, 217-250.
- [12] Boashash B. and Whitehouse, H. 1986. "Seismic Applications of Weigner-Ville Distribution." *Proceedings of International Conference in Systems and Circuits*. 34-37.
- [13] Qian, S. and Dapang, C. 1996. "Joint Time-Frequency Analysis: Methods and Applications." Prentice Hall PTR.
- [14] Montúfar, R. "Técnicas de aproximación adaptable con funciones de tiempo-frecuencia." *Departamento de Ingeniería Eléctrica*.
- [15] Daubechies, I. 1988. "Time-Frequency Localization Operators: A Geometric Phase Space Approach." *IEEE Transactions on Information Theory*. 34, 605-612.
- [16] Coifman, R.R. and Wickerhauser, M.V. 1992. "Entropy-based Algorithms for Best-Basis Selection." *IEEE Transactions on Information Theory*. 38, 713-718.
- [17] Mallat, S and Zhang, Z. 1993. "Matching Pursuits with Time-Frequency Dictionaries." *IEEE Transactions on Signal Processing*. 41.
- [18] Chen, S and Donoho, D. 1995. "Basis Pursuit, Technical Report." *Department of Statistics*.
- [19] Jaggi, S and Carl, W. 1995. "High Resolution Pursuit for Feature Extraction, Technical Report." *Lab. for Information and Decision Systems*.
- [20] Vinayk, I. "Digital Signal Processing using Matlab V4." PWS Publishing Company.
- [21] Manual en línea de la tarjeta de adquisición de datos. www.ni.com

⁹Field Programmable Gate Array

¹⁰Very High Speed Integrated Circuit