

Análisis y estudio de los efectos de la interferencia de co-canal sobre la tasa de error de bit media para sistemas con multiplexación espacial

Juan Minango^{1*}, Celso de Almeida²

¹Universidad Estatal de Campinas, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación - Av. Albert Einstein, 400, Barão Geraldo, Campinas, S.P, Brasil.

²Universidad Estatal de Campinas, Facultad de Ingeniería Eléctrica y Computación, Campinas, S.P, Brasil.

*Autor principal/Corresponding author; e-mail: juan_k_a20@hotmail.com

Editado por/Edited by: Cesar Zambrano, Ph.D.

Recibido/Received: 2015/04/04. Aceptado/Accepted: 2015/06/24.

Publicado en línea/Published on Web: 2015/12/30. Impreso/Printed: 2015/12/30.

Co-channel Interference Effects on the Bit Error Rate of Spatial Multiplexing Systems

Abstract

In this paper, the performance of spatial multiplexing (SM) system is investigated in a Rayleigh fading channel limited by co-channel interference (CCI). At first, an expression of the mean bit error rate (BER) for SM system with BPSK and QPSK modulation as a function of the signal-to-noise per bit ratio (E_b/N_0), and the signal-to-interference power ratio (SIR) is obtained, by considering one prevailing co-channel interference. Validation of the analytical expressions is done by Monte Carlo simulation. The results show that CCI causes a significant degradation on the BER, which vary according to the SIR. The results obtained in this paper, can be applied to a SM cellular network with different number of transmit antennas.

Keywords. Bit Error Rate, Co-Channel Interference, Rayleigh Fading, Spatial Multiplexing.

Resumen

En este artículo, el desempeño de un sistema con multiplexación espacial (SM, por sus siglas en inglés, *Spatial Multiplexing*) es investigado, teniendo en consideración un canal con desvanecimiento Rayleigh y la presencia de interferencia de co-canal (ICC). Primeramente, expresiones para evaluar la tasa de error de bit media (BER, por sus siglas en inglés, *Bit Error Rate*) para sistemas con SM que hacen uso de modulaciones BPSK y QPSK son obtenidas, dichas expresiones se encuentran en función de la relación señal-ruido (E_b/N_0), y de la relación señal-interferencia (SIR, por sus siglas en inglés, *Signal-to-Interference power Ratio*), considerando la presencia de un interferente de co-canal dominante. Validaciones de las expresiones analíticas son realizadas a través de simulaciones de Monte-Carlo. Los resultados muestran que la ICC causa una degradación notable en la BER, la cual varía de acuerdo a la SIR. Los resultados obtenidos en este artículo, pueden ser aplicados para redes celulares con SM para diferente número de antenas transmisoras.

Palabras Clave. Tasa de Error de Bit, Interferencia de Co-Canal, Desvanecimiento Rayleigh, Multiplexación Espacial.

1 Introducción

Para alcanzar las altas tasas de transmisión de datos que demandan los sistemas de comunicaciones móviles de próxima generación, respetando las limitaciones de ancho de banda y potencia de transmisión, el uso de múltiples antenas transmisoras, también conocido como multiplexación espacial, fue propuesto en [1].

Básicamente, multiplexación espacial, divide los datos de entrada en varias secuencias paralelas y las envía al mismo tiempo y en la misma banda de frecuencia a tra-

vés de las diferentes antenas de transmisión que conforman el sistema, aumentando así, la tasa de transmisión de datos.

En una red celular, múltiples antenas transmisoras para el uso de la técnica de multiplexación espacial, generalmente, son colocadas en la estación radio base (ERB), pues altas tasas de transmisión de datos son particularmente interesantes en el enlace directo o también llamado *downlink* de una red celular [2]. Así, podemos suponer que el número de antenas transmisoras sea mayor que el número de antenas receptoras.

En la literatura existen diversos estudios que analizan la tasa de error de bit media (BER) de sistemas de transmisión digital con multiplexación espacial en una comunicación punto a punto [3–5], es decir, es ignorada la presencia de interferencia de co-canal (ICC), o sea, solamente son considerados los efectos del desvanecimiento. En una red celular, la interferencia de co-canal entre las células deteriora severamente el desempeño, y puede hasta interrumpir el servicio de los usuarios. Es por tal motivo, que el análisis de los efectos de la interferencia de co-canal en una red celular con multiplexación espacial es necesario.

Por otro lado, algunos trabajos que evalúan el desempeño en términos de la tasa de error de bit o de símbolo media de sistemas de transmisión digital con múltiples antenas transmisoras en una red celular, realizan un modelaje de la ICC utilizando aproximación gaussiana [6–8].

A pesar de que, en una red celular puedan existir varios interferentes, generalmente, uno de ellos predomina sobre todos los demás, de manera que la ICC no es gaussiana [9]. La hipótesis de un interferente de co-canal dominante es razonable en redes celulares de Acceso Múltiple por División de Tiempo (TDMA, por sus siglas en inglés, *Time Division Multiple Access*) o Acceso Múltiple por División de Frecuencia (FDMA, por sus siglas en inglés, *Frequency Division Multiple Access*) especialmente, cuando la sectorización es utilizada [10], ya que el número de interferentes es reducido para uno.

Estas consideraciones muestran énfasis en la importancia de tener un método eficiente para evaluar el desempeño de sistemas de transmisión digital con multiplexación espacial en una red celular, teniendo en consideración la presencia de interferencia de co-canal. Así, en este artículo, presentaremos expresiones analíticas para evaluar el desempeño de sistemas de transmisión digital con multiplexación espacial en una red celular, en términos de la BER media, considerando canales con desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh y en la presencia de un interferente de co-canal dominante.

En este análisis, apenas serán consideradas las modulaciones BPSK y QPSK. La elección de estas modulaciones para el sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en una red celular, es por el hecho de que permiten una complejidad manejable al utilizarse el detector de Máxima Verosimilitud (MLD, por sus siglas en inglés, de *Maximum Likelihood Detector*) en la recepción [11].

Este artículo está organizado de la siguiente manera. La Sección 2 describe el modelo de sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en una red celular. En la Sección 3, expresiones de la BER media para el sistema con multiplexación espacial utilizando los esquemas de modulación BPSK y QPSK son presentadas. La Sección 4 presenta los resultados. Finalmente, las conclusiones son presentadas en la Sección 5.

2 Descripción del Sistema

Considere un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en un ambiente celular con desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh y en la presencia de un interferente de co-canal dominante como el mostrado en la Figura 1.

La estación radio base central (ERB₀) y la estación radio base interferente (ERB_{ICC}), están conformadas por el mismo número de antenas de transmisión, N_t . Así, existirán N_t señales interferentes llegando a la antena receptora de la estación móvil (EM). Por otro lado, considerando que las N_t señales interferentes son sincronas a las N_t señales de interés, lo cual representa el peor caso [8], considerando, estimación perfecta de la fase, la muestra recibida en la antena receptora de la EM es dada por:

$$y = \sum_{k=1}^{N_t} \alpha_k A_k x_k + \Omega \sum_{l=1}^{N_t} \alpha_l A_l x_l + n \quad (1)$$

El primer término de la expresión (1), representa las N_t señales de interés transmitidas por la ERB₀, donde A_k es la amplitud y x_k es el símbolo enviado por la k -ésima antena de transmisión escogido de la modulación digital BPSK o QPSK, mientras que α_k es la amplitud del desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh entre la k -ésima antena de transmisión y la antena receptora de la EM. El segundo término de (1) representa las N_t señales interferentes transmitidas por la ERB_{ICC}, donde A_l es la amplitud, x_l es el símbolo enviado por la l -ésima antena de transmisión interferente, α_l representa la amplitud del desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh entre la l -ésima antena de transmisión interferente y la antena receptora de la EM. Además, es considerado que α_k y α_l son variables aleatorias (VAs) independientes. El parámetro Ω es la amplitud de la pérdida de propagación de la interferencia relativa a la señal, lo

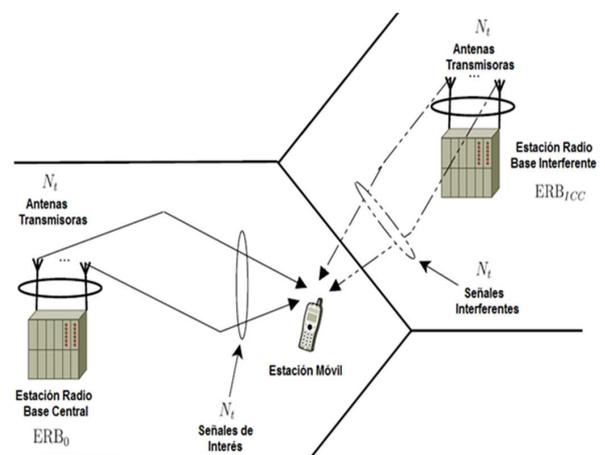


Figura 1: Sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en un ambiente celular con desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh y en la presencia de un interferente de co-canal dominante.

que nos permitirá variar la relación señal-interferencia (SIR, por sus siglas en inglés, de *Signal-to-Interference Ratio*). Finalmente, el tercer término de (1) es el ruido aditivo gaussiano blanco (AWGN, por sus siglas en inglés, de *Additive White Gaussian Noise*) en la antena de recepción de la EM.

La SIR de la señal recibida puede ser escrita como el cociente entre la potencia media de las N_t señales de interés, $\overline{P_0}$, y la potencia media de las N_t señales interferentes, $\overline{P_{ICC}}$, o sea:

$$SIR = \frac{\overline{P_0}}{\overline{P_{ICC}}} \quad (2)$$

Por otro lado, las potencias medias de las N_t señales de interés y de las N_t señales interferentes son, respectivamente, dadas por:

$$\overline{P_0} = \sum_{k=1}^{N_t} \overline{\alpha_k^2 A_k^2 x_k^2}, \quad (3)$$

$$\overline{P_{ICC}} = \sum_{l=1}^{N_t} \overline{\alpha_l^2 A_l^2 x_l^2} \quad (4)$$

Sustituyendo las expresiones (3) y (4) en (2), y considerando que tanto las N_t señales de interés e interferentes son afectadas por el mismo desvanecimiento, es decir que $\sum_{k=1}^{N_t} \overline{\alpha_k^2} = \sum_{l=1}^{N_t} \overline{\alpha_l^2} = N_t \overline{\alpha^2}$ donde $\overline{\alpha^2} = \overline{\alpha_k^2} = \overline{\alpha_l^2}$ para $k = l = 1, 2, \dots, N_t$, representan el segundo momento de una variable aleatoria Rayleigh. Por otro lado, podemos establecer que $\overline{P_x} = \sum_{k=1}^{N_t} \overline{A_k^2 x_k^2} = \sum_{l=1}^{N_t} \overline{A_l^2 x_l^2}$, representan la potencia media de transmisión de la constelación BPSK o QPSK, según sea el caso. De este modo, la SIR puede ser reescrita como:

$$SIR = \frac{N_t \overline{\alpha^2} \cdot \overline{P_x}}{\Omega^2 N_t \overline{\alpha^2} \cdot \overline{P_x}} = \frac{1}{\Omega^2} \quad (5)$$

2.1 Análisis de la tasa de error de bit media (BER)

En un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial y modulación arbitraria, la probabilidad de error de símbolo (PES) en un canal AWGN para la k -ésima antena de transmisión de la ERB₀, puede ser escrita en función de la relación señal-ruido por bit (E_b/N_0) como $P_{s_k}(E_b/N_0)$.

En la presencia de un canal con desvanecimiento, la relación señal-ruido por bit, se torna una VA, pues $\gamma_{b_k} = \alpha_k E_b/N_0$, que representa la relación señal-ruido por bit instantánea de la k -ésima antena de transmisión, siendo

α_k la VA Rayleigh, con función densidad de probabilidad (FDP) dada por [10]:

$$f(\alpha_k) = \frac{\alpha_k}{\sigma_{\alpha_k}^2} e^{-\alpha_k/2\sigma_{\alpha_k}^2}, \alpha_k \geq 0. \quad (6)$$

A partir de (6) y realizando transformación de variables, podemos mostrar que la FDP de la VA γ_{b_k} es dada por [10]:

$$f(\gamma_{b_k}) = \frac{1}{\overline{\gamma_{b_k}}} e^{-\gamma_{b_k}/\overline{\gamma_{b_k}}}, \overline{\gamma_{b_k}} \geq 0, \quad (7)$$

donde $\overline{\gamma_{b_k}} = \overline{\alpha_k^2} E_b/N_0$, es el valor medio de la relación señal-ruido por bit de la k -ésima antena de transmisión del sistema con multiplexación espacial. Nótese que, $\overline{\alpha_k^2} = 2\sigma_{\alpha_k}^2$, que representa el segundo momento de una VA Rayleigh.

Así, la PES en un canal con desvanecimiento Rayleigh para un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial con N_t antenas de transmisión, puede ser obtenida simplemente por el cálculo de la media de la PES obtenida para un canal AWGN, sobre las estadísticas de las N_t señales de interés con desvanecimiento Rayleigh, o sea:

$$\overline{P_s} = \frac{1}{N_t} \sum_{k=1}^{N_t} \int_0^{\infty} P_{s_k}(\gamma_{b_k}) f(\gamma_{b_k}) d\gamma_{b_k}. \quad (8)$$

Finalmente, considerando mapeamiento de bits con codificación de Gray, la probabilidad de error de bit media o BER puede ser expresada como:

$$\overline{P_b} = \frac{\overline{P_s}}{\log_2 M}, \quad (9)$$

donde $\log_2 M$ es el número de bits por símbolo.

2.2 Interferencia de Co-Canal

Considerando el sistema de transmisión digital con multiplexación espacial con N_t antenas transmisoras utilizando un esquema de modulación arbitrario en un ambiente celular con desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh y en la presencia de un interferente de co-canal dominante con la misma cantidad de antenas de transmisión, el limitante superior de la PES media utilizando (8), puede ser expresada por:

$$\overline{P_s} = \frac{1}{N_t} \sum_{k=1}^{N_t} \sum_{l=1}^{N_t} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} P_{s_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l}) \cdot a \cdot b \cdot d\gamma_{b_k} d\gamma_{b_l}, \quad (10)$$

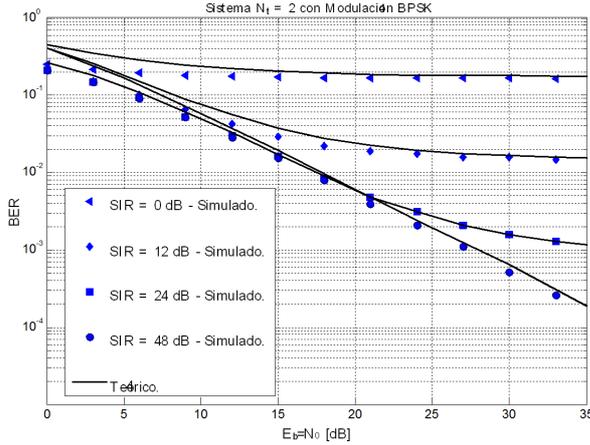


Figura 2: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=2$ y modulación BPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

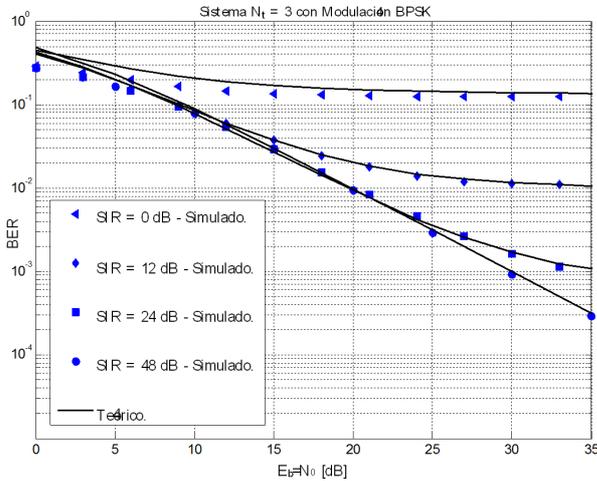


Figura 3: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=3$ y modulación BPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

donde $P_{s_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l})$ es la PES instantánea, en que γ_{b_k} es la relación señal-ruido por bit de la k -ésima antena de transmisión de la ERB₀, y γ_{b_l} es la relación señal-ruido por bit de la l -ésima antena de transmisión interferente de la ERB_{ICC}. Mientras que, $a = f(\gamma_{b_k})$ y $b = f(\gamma_{b_l})$ son las FDPs de γ_{b_k} y γ_{b_l} , respectivamente, dadas en (7). Podemos observar que (10) no tiene una forma cerrada, por tanto, las integrales deben ser evaluadas numéricamente.

2.2.1 Modulación BPSK En un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial utilizando modulación BPSK y en la presencia de un interferente de co-canal dominante, la probabilidad de error de bit instantánea es dada por [9]:

$$P_{b_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l}) = \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{2\gamma_{b_k}} + \Omega\sqrt{2\gamma_{b_l}}\right) + \frac{1}{2}Q\left(\sqrt{2\gamma_{b_k}} - \Omega\sqrt{2\gamma_{b_l}}\right). \quad (11)$$

2.2.2 Modulación QPSK Utilizando modulación QPSK en un sistema con multiplexación espacial, y teniendo en consideración que la modulación QPSK puede ser obtenida a partir de dos modulaciones BPSK, una siendo transmitida en fase y la otra en cuadratura, la PES media en la presencia de un interferente de co-canal es dada por:

$$P_{s_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l}) = 1 - [1 - P_{b_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l})]^2, \quad (12)$$

donde $P_{b_{k,l}}(\gamma_{b_k}, \gamma_{b_l})$ es la probabilidad de error de bit instantánea de la modulación BPSK dada en (11).

3 Resultados Numéricos

En esta sección, a través del software de simulación Matlab, evaluaremos por medio de simulaciones de Monte Carlo, los efectos de la interferencia de co-canal en la BER media de redes celulares que hacen uso de múltiples antenas transmisoras, multiplexación espacial. Los resultados obtenidos por medio de las simulaciones, son comparados con las expresiones analíticas presentadas en la sección 2. Debido a las limitaciones de costo y tamaño de la EM, será asumido que el número de antenas receptoras será igual a uno, o sea, $N_r = 1$.

En la Figura 2 es presentada la BER media tanto simulada como teórica para un sistema con multiplexación espacial con dos antenas transmisoras, $N_t = 2$, que hace uso de la modulación BPSK. Nótese que la BER media está en función de la relación E_b/N_0 para diferentes valores de la SIR. De la figura podemos observar que existe una buena aproximación entre los resultados simulados y teóricos, especialmente para altos valores de la E_b/N_0 .

Además, en la figura observamos que debido al desvanecimiento y a la interferencia de co-canal existen BERs

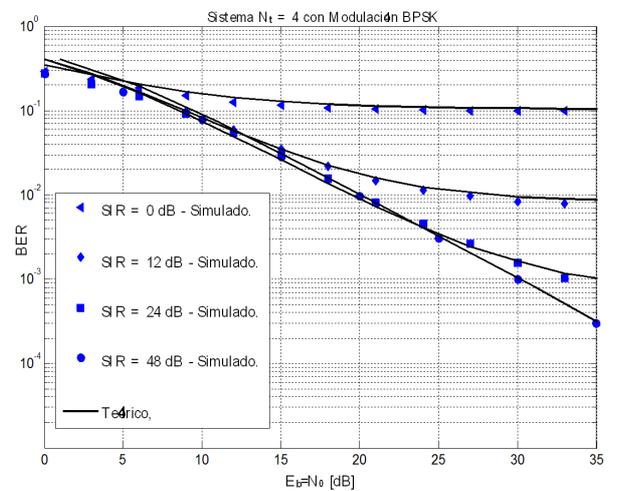


Figura 4: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=4$ y modulación BPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

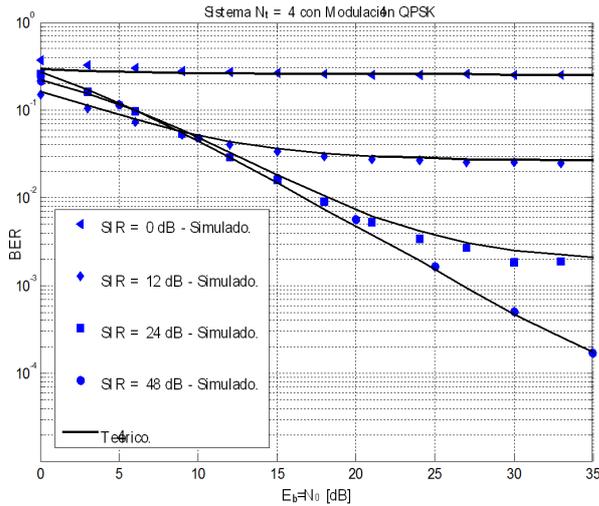


Figura 5: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=2$ y modulación QPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

medias constantes. Para una SIR igual a 0 dB, la potencia media de las dos señales interferentes es igual a la potencia media de las dos señales de intereses produciendo así una BER media constante de 1.75×10^{-1} . Para SIRs en el intervalo de 12 a 48 dB, notamos una mejora en la BER media en comparación al caso anterior. El caso en que la SIR es igual a 48 dB podemos considerar al sistema libre de la ICC, ya que el sistema aún no presenta las limitaciones de la ICC. En cuanto, para una SIR de 12 y 24 dB, se observa una BER media constante de 1.5×10^{-2} y 1.06×10^{-3} , respectivamente.

Las Figuras 3 y 4 presentan la BER media para un sistema con multiplexación espacial con $N_t = 3$ y $N_t = 4$, respectivamente, para la modulación BPSK. Las curvas y conclusiones son muy semejantes al sistema anterior.

La Figura 5 muestra la BER media tanto simulada como teórica, en función de la relación E_b/N_0 para el sistema con multiplexación espacial con $N_t = 2$, que hace uso de la modulación QPSK, para relaciones de la SIR = 0, 12, 24 y 48 dB. El caso en que la SIR es igual a 48 dB corresponde al desempeño de la BER media en un ambiente únicamente con desvanecimiento Rayleigh, sin interferencia. Mientras tanto, para valores de la SIR en el intervalo de 0 hasta 24 dB, podemos observar una degradación significativa en la BER media, debido a los efectos de la interferencia de co-canal. Así, en este intervalo, la BER media es constante, independientemente de cualquier incremento en la E_b/N_0 , además, en este intervalo, observamos BERs medias altas, mayores a 10^{-4} . Así, para SIR igual a 0, 12 y 24 dB, podemos notar una BER media constante de 2.53×10^{-1} , 2.64×10^{-2} y 1.84×10^{-3} , respectivamente. Observamos también, que tanto las curvas simuladas y teóricas presentan una buena aproximación.

Las Figuras 6 y 7 muestran la BER media para un sistema con $N_t = 3$ y $N_t = 4$, respectivamente, con modulación QPSK. Los resultados obtenidos en estas figuras son similares a los obtenidos en la Figura 5.

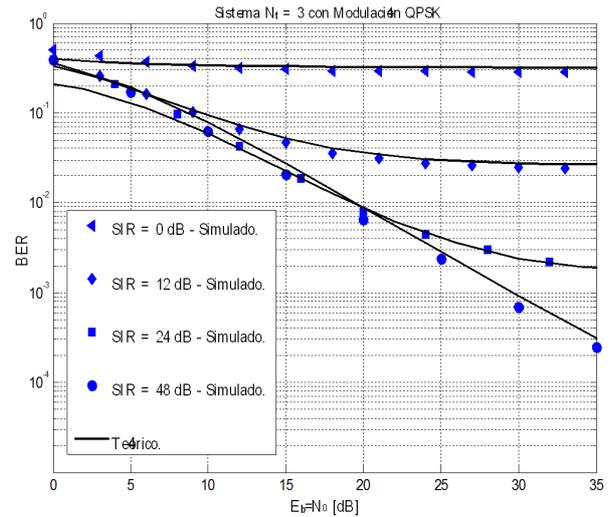


Figura 6: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=3$ y modulación QPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

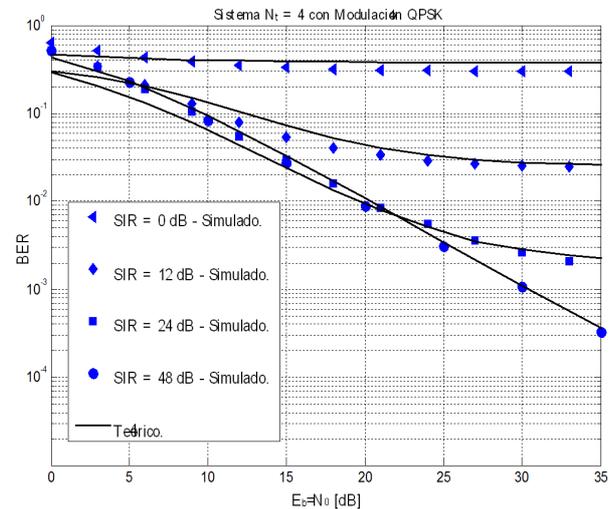


Figura 7: BER media en función de la relación E_b/N_0 y de la SIR para un sistema con $N_t=4$ y modulación QPSK, comparándose las curvas simuladas y teóricas.

De los resultados obtenidos, podemos observar que, conforme se aumenta el número de antenas transmisoras, tanto en la modulación BPSK o QPSK, el sistema es más susceptible a los efectos de la interferencia de co-canal.

4 Conclusiones

En este trabajo fueron obtenidas expresiones analíticas de la BER media para un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en un ambiente celular con desvanecimiento plano y lento de tipo Rayleigh y en la presencia de un interferente de co-canal dominante.

La interferencia de co-canal causa una degradación notable en el desempeño de los sistemas considerados, presentando BERs medias constantes. En estas circunstancias, el desempeño de los sistemas no puede ser mejorado a través de un incremento indefinido en la relación

E_b/N_0 . Por otro lado, el desempeño de los sistemas mejora con el incremento de la SIR. Así, para valores muy altos, el desempeño corresponde a la BER media en un ambiente celular libre de los efectos de la interferencia de co-canal.

Finalmente, las expresiones analíticas y las curvas obtenidas por medio de simulaciones de la BER media, se constituyen en una herramienta de referencia para evaluar los efectos de la interferencia de co-canal en un sistema de transmisión digital con multiplexación espacial en una red celular.

Referencias

- [1] Paulraj, A.; Kailath, T. 1992. "Increasing Capacity in Wireless Broadcast Systems using Distributed Transmission/Directional Reception". *U.S. Patente*, 5(345): 599.
- [2] Feng, W.; Li, Y.; Zhou, S.; Wang, J.; Xia, M. 2009. "Downlink Capacity of Distributed Antenna Systems in a Multi-Cell Environment". *Wireless Communications and Networking Conference WCNC 2009 IEEE*, 1(5): 5-8. doi: 10.1109/WCNC.2009.4917683.
- [3] Clerckx, B.; Vanhoenacker-Janvier, D.; Oestges, C.; Vandendorpe, L. 2003. "Robust Signal Constellations for Spatial Multiplexing in the Presence of Real Fading Propagation Channels". *Communications, 2003. ICC '03. IEEE International Conference on*: 11-15. doi: 10.1109/ICC.2003.1204419.
- [4] Lim, A.; Lau, V. 2006. "On the Fundamental Tradeoff of Spatial Diversity and Spatial Multiplexing of MISO/SIMO Links with Imperfect CSIT". *Communications, 2006. ICC '06. IEEE International Conference on*, 9: 4186-4190. doi: 10.1109/ICC.2006.255737.
- [5] Mary, P.; Dohler, M.; Gorce, J.; Villemaud, G. 2009. "Symbol Error Outage for Spatial Multiplexing Systems in Rayleigh Fading Channel and Lognormal Shadowing". *Signal Processing Advances in Wireless Communications, SPAWC '09, IEEE 10th Workshop on*: 21-24. doi: 10.1109/SPAWC.2009.5161805.
- [6] Romero, J.; Pena, G.; Aguilera, G.; Goldsmith, A. 2006. "Performance of MIMO MRC Systems with Co-Channel Interference". *Communications, 2006. ICC '06. IEEE International Conference on*, 3: 1343-1349. doi: 10.1109/ICC.2006.254935.
- [7] Figueiredo, D.; Lin, Z.; Sorensen, T. 2007. "Average Error Probability of MIMO Diversity Systems in the Presence of Multiple Interferers". *Wireless Communication Systems, 2007. ISWCS 2007. 4th International Symposium on*, 66(69): 17-19. doi: 10.1109/ISWCS.2007.4392303.
- [8] Basri, A. 2010. "Exact Bit Error Rate of MIMO MRC Systems with Cochannel Interference and Rayleigh Fading". *Vehicular Technology Conference Fall (VTC 2010-Fall)*, 1(5): 6-9. doi: 10.1109/VETECF.2010.5594073.
- [9] Altamirano, D.; De Almeida, C. 2010. "Evaluation of the Effects of Co-Channel Interference on the Bit Error Rate of Cellular Systems for BPSK Modulation". *International Telecommunications Symposium, ITS Proc. 7th*.
- [10] Rappaport, T. 2002. "Wireless Communications Principles Practice". *Prentice Hall*.
- [11] Andrews, J.; Ghosh, A.; Muhamed, R. 2007. "Fundamentals of WiMAX: Understanding Broadband Wireless Networking". *Prentice Hall*.